

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Министерство образования и науки Удмуртской Республики

БОУ УР "Столичный Лицей"

УТВЕРЖДЕНО

Директор

_____ Пухарева Е.А.

Приказ №182 от 31.08.2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

(ID 2824190)

учебного предмета «Геометрия. Углубленный уровень»

для обучающихся 10 – 11 классов

Ижевск 2023

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Геометрия является одним из базовых курсов на уровне среднего общего образования, так как обеспечивает возможность изучения дисциплин естественно-научной направленности и предметов гуманитарного цикла. Поскольку логическое мышление, формируемое при изучении обучающимися понятийных основ геометрии, при доказательстве теорем и построении цепочки логических утверждений при решении геометрических задач, умение выдвигать и опровергать гипотезы непосредственно используются при решении задач естественно-научного цикла, в частности физических задач.

Цель освоения программы учебного курса «Геометрия» на углублённом уровне – развитие индивидуальных способностей обучающихся при изучении геометрии, как составляющей предметной области «Математика и информатика» через обеспечение возможности приобретения и использования более глубоких геометрических знаний и действий, специфичных геометрии, и необходимых для успешного профессионального образования, связанного с использованием математики.

Приоритетными задачами курса геометрии на углублённом уровне, расширяющими и усиливающими курс базового уровня, являются:

расширение представления о геометрии как части мировой культуры и формирование осознания взаимосвязи геометрии с окружающим миром;

формирование представления о пространственных фигурах как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные явления окружающего мира, знание понятийного аппарата по разделу «Стереометрия» учебного курса геометрии;

формирование умения владеть основными понятиями о пространственных фигурах и их основными свойствами, знание теорем, формул и умение их применять, умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;

формирование умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире многогранники и тела вращения, конструировать геометрические модели;

формирование понимания возможности аксиоматического построения математических теорий, формирование понимания роли аксиоматики при проведении рассуждений;

формирование умения владеть методами доказательств и алгоритмов решения, умения их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения стереометрических задач и задач с практическим содержанием, формирование представления о необходимости доказательств при

обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;

развитие и совершенствование интеллектуальных и творческих способностей обучающихся, познавательной активности, исследовательских умений, критичности мышления, интереса к изучению геометрии;

формирование функциональной грамотности, релевантной геометрии: умения распознавать проявления геометрических понятий, объектов и закономерностей в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей, моделирования реальных ситуаций, исследования построенных моделей, интерпретации полученных результатов.

Основными содержательными линиями учебного курса «Геометрия» в 10–11 классах являются: «Прямые и плоскости в пространстве», «Многогранники», «Тела вращения», «Векторы и координаты в пространстве», «Движения в пространстве».

Сформулированное во ФГОС СОО требование «уметь оперировать понятиями», релевантными геометрии на углублённом уровне обучения в 10–11 классах, относится ко всем содержательным линиям учебного курса, а формирование логических умений распределяется не только по содержательным линиям, но и по годам обучения. Содержание образования, соответствующее предметным результатам освоения Федеральной рабочей программы, распределённым по годам обучения, структурировано таким образом, чтобы ко всем основным, принципиальным вопросам обучающиеся обращались неоднократно. Это позволяет организовать овладение геометрическими понятиями и навыками последовательно и поступательно, с соблюдением принципа преемственности, а новые знания включать в общую систему геометрических представлений обучающихся, расширяя и углубляя её, образуя прочные множественные связи.

Переход к изучению геометрии на углублённом уровне позволяет:

создать условия для дифференциации обучения, построения индивидуальных образовательных программ, обеспечить углублённое изучение геометрии как составляющей учебного предмета «Математика»;

подготовить обучающихся к продолжению изучения математики с учётом выбора будущей профессии, обеспечивая преемственность между общим и профессиональным образованием.

На изучение учебного курса «Геометрия» на углублённом уровне отводится 204 часа: в 10 классе – 102 часа (3 часа в неделю), в 11 классе – 102 часа (3 часа в неделю).

СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ

10 КЛАСС

Прямые и плоскости в пространстве

Основные понятия стереометрии. Точка, прямая, плоскость, пространство. Понятие об аксиоматическом построении стереометрии: аксиомы стереометрии и следствия из них.

Взаимное расположение прямых в пространстве: пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Признаки скрещивающихся прямых. Параллельность прямых и плоскостей в пространстве: параллельные прямые в пространстве, параллельность трёх прямых, параллельность прямой и плоскости. Параллельное и центральное проектирование, изображение фигур. Основные свойства параллельного проектирования. Изображение фигур в параллельной проекции. Углы с сонаправленными сторонами, угол между прямыми в пространстве. Параллельность плоскостей: параллельные плоскости, свойства параллельных плоскостей. Простейшие пространственные фигуры на плоскости: тетраэдр, параллелепипед, построение сечений.

Перпендикулярность прямой и плоскости: перпендикулярные прямые в пространстве, прямые параллельные и перпендикулярные к плоскости, признак перпендикулярности прямой и плоскости, теорема о прямой перпендикулярной плоскости. Ортогональное проектирование. Перпендикуляр и наклонные: расстояние от точки до плоскости, расстояние от прямой до плоскости, проекция фигуры на плоскость. Перпендикулярность плоскостей: признак перпендикулярности двух плоскостей. Теорема о трёх перпендикулярах.

Углы в пространстве: угол между прямой и плоскостью, двугранный угол, линейный угол двугранного угла. Трёхгранный и многогранные углы. Свойства плоских углов многогранного угла. Свойства плоских и двугранных углов трёхгранного угла. Теоремы косинусов и синусов для трёхгранного угла.

Многогранники

Виды многогранников, развёртка многогранника. Призма: n -угольная призма, прямая и наклонная призмы, боковая и полная поверхность призмы. Параллелепипед, прямоугольный параллелепипед и его свойства. Кратчайшие пути на поверхности многогранника. Теорема Эйлера. Пространственная теорема Пифагора. Пирамида: n -угольная пирамида, правильная и усечённая пирамиды. Свойства рёбер и боковых граней правильной пирамиды. Правильные многогранники: правильная призма и

правильная пирамида, правильная треугольная пирамида и правильный тетраэдр, куб. Представление о правильных многогранниках: октаэдр, додекаэдр и икосаэдр.

Вычисление элементов многогранников: рёбра, диагонали, углы. Площадь боковой поверхности и полной поверхности прямой призмы, площадь оснований, теорема о боковой поверхности прямой призмы. Площадь боковой поверхности и поверхности правильной пирамиды, теорема о площади усечённой пирамиды.

Симметрия в пространстве. Элементы симметрии правильных многогранников. Симметрия в правильном многограннике: симметрия параллелепипеда, симметрия правильных призм, симметрия правильной пирамиды.

Векторы и координаты в пространстве

Понятия: вектор в пространстве, нулевой вектор, длина ненулевого вектора, векторы коллинеарные, сонаправленные и противоположно направленные векторы. Равенство векторов. Действия с векторами: сложение и вычитание векторов, сумма нескольких векторов, умножение вектора на число. Свойства сложения векторов. Свойства умножения вектора на число. Понятие компланарные векторы. Признак компланарности трёх векторов. Правило параллелепипеда. Теорема о разложении вектора по трём некомпланарным векторам. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Связь между координатами вектора и координатами точек. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов.

11 КЛАСС

Тела вращения

Понятия: цилиндрическая поверхность, коническая поверхность, сферическая поверхность, образующие поверхностей. Тела вращения: цилиндр, конус, усечённый конус, сфера, шар. Взаимное расположение сферы и плоскости, касательная плоскость к сфере. Изображение тел вращения на плоскости. Развёртка цилиндра и конуса. Симметрия сферы и шара.

Объём. Основные свойства объёмов тел. Теорема об объёме прямоугольного параллелепипеда и следствия из неё. Объём прямой и наклонной призмы, цилиндра, пирамиды и конуса. Объём шара и шарового сегмента.

Комбинации тел вращения и многогранников. Призма, вписанная в цилиндр, описанная около цилиндра. Пересечение сферы и шара с плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Понятие многогранника,

описанного около сферы, сферы, вписанной в многогранник или тело вращения.

Площадь поверхности цилиндра, конуса, площадь сферы и её частей. Подобие в пространстве. Отношение объёмов, площадей поверхностей подобных фигур. Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.

Построение сечений многогранников и тел вращения: сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельные основанию и проходящие через вершину), сечения шара, методы построения сечений: метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости.

Векторы и координаты в пространстве

Векторы в пространстве. Операции над векторами. Векторное умножение векторов. Свойства векторного умножения. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Разложение вектора по базису. Координатно-векторный метод при решении геометрических задач.

Движения в пространстве

Движения пространства. Отображения. Движения и равенство фигур. Общие свойства движений. Виды движений: параллельный перенос, центральная симметрия, зеркальная симметрия, поворот вокруг прямой. Преобразования подобия. Прямая и сфера Эйлера.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА «ГЕОМЕТРИЯ» (УГЛУБЛЕННЫЙ УРОВЕНЬ) НА УРОВНЕ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1) гражданское воспитание:

сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и другое), умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;

2) патриотическое воспитание:

сформированность российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы, использование этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики;

3) духовно-нравственное воспитание:

осознание духовных ценностей российского народа, сформированность нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного, осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;

4) эстетическое воспитание:

эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства;

5) физическое воспитание:

сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), физическое совершенствование при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;

6) трудовое воспитание:

готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и

самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности;

7) экологическое воспитание:

сформированность экологической культуры, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознание глобального характера экологических проблем, ориентация на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирование поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды;

8) ценности научного познания:

сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Познавательные универсальные учебные действия

Базовые логические действия:

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные суждения и выводы;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;

выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;

оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

Коммуникативные универсальные учебные действия

Общение:

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

Регулятивные универсальные учебные действия

Самоорганизация:

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль, эмоциональный интеллект:

владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

Совместная деятельность:

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

К концу **10 класса** обучающийся научится:

- свободно оперировать основными понятиями стереометрии при решении задач и проведении математических рассуждений;
- применять аксиомы стереометрии и следствия из них при решении геометрических задач;
- классифицировать взаимное расположение прямых в пространстве, плоскостей в пространстве, прямых и плоскостей в пространстве;
- свободно оперировать понятиями, связанными с углами в пространстве: между прямыми в пространстве, между прямой и плоскостью;
- свободно оперировать понятиями, связанными с многогранниками;

- свободно распознавать основные виды многогранников (призма, пирамида, прямоугольный параллелепипед, куб);
- классифицировать многогранники, выбирая основания для классификации;
- свободно оперировать понятиями, связанными с сечением многогранников плоскостью;
- выполнять параллельное, центральное и ортогональное проектирование фигур на плоскость, выполнять изображения фигур на плоскости;
- строить сечения многогранников различными методами, выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу;
- вычислять площади поверхностей многогранников (призма, пирамида), геометрических тел с применением формул;
- свободно оперировать понятиями: симметрия в пространстве, центр, ось и плоскость симметрии, центр, ось и плоскость симметрии фигуры;
- свободно оперировать понятиями, соответствующими векторам и координатам в пространстве;
- выполнять действия над векторами;
- решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин, применяя известные методы при решении математических задач повышенного и высокого уровня сложности;
- применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач;
- извлекать, преобразовывать и интерпретировать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;
- применять полученные знания на практике: сравнивать и анализировать реальные ситуации, применять изученные понятия в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин;
- иметь представления об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий.

К концу **11 класса** обучающийся научится:

- свободно оперировать понятиями, связанными с цилиндрической, конической и сферической поверхностями, объяснять способы получения;
- оперировать понятиями, связанными с телами вращения: цилиндром, конусом, сферой и шаром;
- распознавать тела вращения (цилиндр, конус, сфера и шар) и объяснять способы получения тел вращения;
- классифицировать взаимное расположение сферы и плоскости;
- вычислять величины элементов многогранников и тел вращения, объёмы и площади поверхностей многогранников и тел вращения, геометрических тел с применением формул;
- свободно оперировать понятиями, связанными с комбинациями тел вращения и многогранников: многогранник, вписанный в сферу и описанный около сферы, сфера, вписанная в многогранник или тело вращения;
- вычислять соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел;
- изображать изучаемые фигуры, выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу, строить сечения тел вращения;
- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;
- свободно оперировать понятием вектор в пространстве;
- выполнять операции над векторами;
- задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат;
- решать геометрические задачи на вычисление углов между прямыми и плоскостями, вычисление расстояний от точки до плоскости, в целом, на применение векторно-координатного метода при решении;
- свободно оперировать понятиями, связанными с движением в пространстве, знать свойства движений;
- выполнять изображения многогранников и тел вращения при параллельном переносе, центральной симметрии, зеркальной симметрии, при повороте вокруг прямой, преобразования подобия;
- строить сечения многогранников и тел вращения: сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельные основанию и проходящие через вершину), сечения шара;
- использовать методы построения сечений: метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости;

- доказывать геометрические утверждения;
- применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной и неявной форме;
- решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин;
- применять программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач;
- применять полученные знания на практике: сравнивать, анализировать и оценивать реальные ситуации, применять изученные понятия, теоремы, свойства в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин;
- иметь представления об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

10 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов			Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Введение в стереометрию	23	1	0	<ol style="list-style-type: none">1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
2	Взаимное расположение прямых в пространстве	6	0	0	<ol style="list-style-type: none">1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
3	Параллельность прямых и плоскостей в пространстве	8	0	0	<ol style="list-style-type: none">1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
4	Перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве	25	1	0	<ol style="list-style-type: none">1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/

					atic/
5	Углы и расстояния	16	1	0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
6	Многогранники	7	0	0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
7	Векторы в пространстве	12	2	0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
8	Повторение, обобщение и систематизация знаний	5	0	0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		102	5	0	

11 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов			Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Аналитическая геометрия	15	1	0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
2	Повторение, обобщение и систематизация знаний	15	1	0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
3	Объём многогранника	17	1	0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
4	Тела вращения	24	1	0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/

5	Площади поверхности и объёмы круглых тел	9	1	0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
6	Движения	5	1	0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
7	Повторение, обобщение и систематизация знаний	17	2	0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		102	8	0	

ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ
10 КЛАСС

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Основные правила изображения на рисунке плоскости, параллельных прямых (отрезков), середины отрезка	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
2	Понятия стереометрии: точка, прямая, плоскость, пространство. Основные правила изображения на рисунке плоскости, параллельных прямых (отрезков), середины отрезка	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
3	Понятия: пересекающиеся плоскости, пересекающиеся прямая и плоскость; полупространство	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
4	Понятия: пересекающиеся плоскости, пересекающиеся прямая и плоскость; полупространство	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/

					atic/
5	Аксиомы стереометрии и первые следствия из них	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
6	Аксиомы стереометрии и первые следствия из них	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
7	Аксиомы стереометрии и первые следствия из них. Способы задания прямых и плоскостей в пространстве. Обозначения прямых и плоскостей	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
8	Многогранники, изображение простейших пространственных фигур, несуществующих объектов	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
9	Многогранники, изображение простейших пространственных фигур, несуществующих объектов	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/

					atic/
10	Изображение сечений пирамиды, куба и призмы, которые проходят через их рёбра. Изображение пересечения полученных плоскостей. Раскрашивание построенных сечений разными цветами	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
11	Изображение сечений пирамиды, куба и призмы, которые проходят через их рёбра. Изображение пересечения полученных плоскостей. Раскрашивание построенных сечений разными цветами	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
12	Изображение сечений пирамиды, куба и призмы, которые проходят через их рёбра. Изображение пересечения полученных плоскостей. Раскрашивание построенных сечений разными цветами	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
13	Изображение сечений пирамиды, куба и призмы, которые проходят через их рёбра. Изображение пересечения полученных плоскостей. Раскрашивание построенных сечений разными цветами	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/

14	Метод следов для построения сечений	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
15	Метод следов для построения сечений. Свойства пересечений прямых и плоскостей	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
16	Метод следов для построения сечений. Свойства пересечений прямых и плоскостей	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
17	Построение сечений в пирамиде, кубе по трём точкам на рёбрах. Создание выносных чертежей и запись шагов построения	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
18	Построение сечений в пирамиде, кубе по трём точкам на рёбрах. Создание выносных чертежей и запись шагов построения	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/

19	Построение сечений в пирамиде, кубе по трём точкам на рёбрах. Создание выносных чертежей и запись шагов построения	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
20	Построение сечений в пирамиде, кубе по трём точкам на рёбрах. Создание выносных чертежей и запись шагов построения	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
21	Повторение планиметрии: Теорема о пропорциональных отрезках. Подобие треугольников	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
22	Повторение планиметрии: Теорема Менелая. Расчеты в сечениях на выносных чертежах. История развития планиметрии и стереометрии	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
23	Контрольная работа "Аксиомы стереометрии. Сечения"	1	1		
24	Взаимное расположение прямых в пространстве. Скрещивающиеся прямые. Признаки скрещивающихся прямых.	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы:

	Параллельные прямые в пространстве				https://skysmart.ru/articles/mathematic/
25	Теорема о существовании и единственности прямой параллельной данной прямой, проходящей через точку пространства и не лежащей на данной прямой. Лемма о пересечении параллельных прямых плоскостью	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
26	Параллельность трех прямых. Теорема о трёх параллельных прямых. Теорема о скрещивающихся прямых	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
27	Параллельное проектирование. Основные свойства параллельного проектирования. Изображение разных фигур в параллельной проекции	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
28	Центральная проекция. Угол с сонаправленными сторонами. Угол между прямыми	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
29	Задачи на доказательство и	1		0	1. Российская электронная

	исследование, связанные с расположением прямых в пространстве				школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
30	Понятия: параллельность прямой и плоскости в пространстве. Признак параллельности прямой и плоскости. Свойства параллельности прямой и плоскости	1		0	1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
31	Геометрические задачи на вычисление и доказательство, связанные с параллельностью прямых и плоскостей в пространстве	1		0	1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
32	Построение сечения, проходящего через данную прямую на чертеже и параллельного другой прямой. Расчёт отношений	1		0	1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
33	Параллельная проекция, применение для построения сечений куба и параллелепипеда. Свойства параллелепипеда и призмы	1		0	1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
34	Параллельные плоскости.	1		0	1. Российская электронная

	Признаки параллельности двух плоскостей				<p>школа: https://resh.edu.ru/subject/17/</p> <p>2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/</p>
35	Теорема о параллельности и единственности плоскости, проходящей через точку, не принадлежащую данной плоскости и следствия из неё	1		0	<p>1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/</p> <p>2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/</p>
36	Свойства параллельных плоскостей: о параллельности прямых пересечения при пересечении двух параллельных плоскостей третьей	1		0	<p>1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/</p> <p>2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/</p>
37	Свойства параллельных плоскостей: об отрезках параллельных прямых, заключённых между параллельными плоскостями; о пересечении прямой с двумя параллельными плоскостями	1		0	<p>1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/</p> <p>2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/</p>
38	Повторение: теорема Пифагора на плоскости	1		0	<p>1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/</p> <p>2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/</p>

39	Повторение: тригонометрия прямоугольного треугольника	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
40	Свойства куба и прямоугольного параллелепипеда	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
41	Вычисление длин отрезков в кубе и прямоугольном параллелепипеде	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
42	Перпендикулярность прямой и плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
43	Перпендикулярность прямой и плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/

44	Теорема о существовании и единственности прямой, проходящей через точку пространства и перпендикулярной к плоскости	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
45	Плоскости и перпендикулярные им прямые в многогранниках	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
46	Плоскости и перпендикулярные им прямые в многогранниках	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
47	Перпендикуляр и наклонная. Построение перпендикуляра из точки на прямую	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
48	Перпендикуляр и наклонная. Построение перпендикуляра из точки на прямую	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/

49	Теорема о трёх перпендикулярах (прямая и обратная)	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
50	Теорема о трёх перпендикулярах (прямая и обратная)	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
51	Угол между скрещивающимися прямыми	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
52	Поиск перпендикулярных прямых с помощью перпендикулярных плоскостей	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
53	Ортогональное проектирование	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/

54	Построение сечений куба, призмы, правильной пирамиды с помощью ортогональной проекции	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
55	Построение сечений куба, призмы, правильной пирамиды с помощью ортогональной проекции	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
56	Симметрия в пространстве относительно плоскости. Плоскости симметрий в многогранниках	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
57	Признак перпендикулярности прямой и плоскости как следствие симметрии	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
58	Правильные многогранники. Расчёт расстояний от точки до плоскости	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/

59	Правильные многогранники. Расчёт расстояний от точки до плоскости	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
60	Способы опустить перпендикуляры: симметрия, сдвиг точки по параллельной прямой	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
61	Сдвиг по непараллельной прямой, изменение расстояний	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
62	Контрольная работа "Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве"	1	1		
63	Повторение: угол между прямыми на плоскости, тригонометрия в произвольном треугольнике, теорема косинусов	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
64	Повторение: угол между скрещивающимися прямыми в пространстве	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/

					2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
65	Геометрические методы вычисления угла между прямыми в многогранниках	1		0	1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
66	Двугранный угол. Свойство линейных углов двугранного угла	1		0	1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
67	Перпендикулярные плоскости. Свойства взаимно перпендикулярных плоскостей	1		0	1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
68	Признак перпендикулярности плоскостей; теорема о прямой пересечения двух плоскостей перпендикулярных третьей плоскости	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
69	Прямоугольный параллелепипед; куб; измерения, свойства прямоугольного параллелепипеда	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/

					2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
70	Теорема о диагонали прямоугольного параллелепипеда и следствие из неё	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
71	Стереометрические и прикладные задачи, связанные со взаимным расположением прямых и плоскости	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
72	Повторение: скрещивающиеся прямые, параллельные плоскости в стандартных многогранниках	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
73	Пара параллельных плоскостей на скрещивающихся прямых, расстояние между скрещивающимися прямыми в простых ситуациях	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
74	Расстояние от точки до плоскости, расстояние от прямой до плоскости	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/

					2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
75	Вычисление расстояний между скрещивающимися прямыми с помощью перпендикулярной плоскости	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
76	Трёхгранный угол, неравенства для трехгранных углов. Теорема Пифагора, теоремы косинусов и синусов для трёхгранного угла	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
77	Элементы сферической геометрии: геодезические линии на Земле	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
78	Контрольная работа "Углы и расстояния"	1	1		
79	Систематизация знаний "Многогранник и его элементы"	1		0	
80	Пирамида. Виды пирамид. Правильная пирамида	1		0	
81	Призма. Прямая и наклонная призмы. Правильная призма	1		0	

82	Прямой параллелепипед, прямоугольный параллелепипед, куб	1		0	
83	Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
84	Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера. Правильные и полуправильные многогранники	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
85	Систематизация знаний "Многогранники"	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
86	Понятие вектора на плоскости и в пространстве	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
87	Сумма векторов	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/

					2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
88	Разность векторов	1		0	1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
89	Правило параллелепипеда	1		0	1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
90	Умножение вектора на число	1		0	1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
91	Разложение вектора по базису трёх векторов, не лежащих в одной плоскости	1		0	1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
92	Скалярное произведение	1		0	1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/

					2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
93	Вычисление угла между векторами в пространстве	1		0	1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
94	Простейшие задачи с векторами	1		0	1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
95	Итоговая контрольная работа	1	1		
96	Итоговая контрольная работа	1	1		
97	Простейшие задачи с векторами	1		0	1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
98	Обобщение и систематизация знаний. Простейшие задачи с векторами	1		0	1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/

99	Обобщение и систематизация знаний. Простейшие задачи с векторами	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
100	Обобщение и систематизация знаний	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
101	Обобщение и систематизация знаний	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
102	Обобщение и систематизация знаний	1		0	<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		102	5	0	

11 КЛАСС

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Повторение темы "Координаты вектора на плоскости и в пространстве"	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
2	Повторение темы "Скалярное произведение векторов"	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
3	Повторение темы "Вычисление угла между векторами в пространстве"	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
4	Контрольная работа "Векторы в пространстве"	1	1		
5	Повторение темы "Уравнение прямой, проходящей через две точки"	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы:

					https://skysmart.ru/articles/mathematic/
6	Уравнение плоскости, нормаль, уравнение плоскости в отрезках	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
7	Уравнение плоскости, нормаль, уравнение плоскости в отрезках	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
8	Векторное произведение	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
9	Линейные неравенства, линейное программирование	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
10	Линейные неравенства, линейное программирование	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы:

					https://skysmart.ru/articles/mathematic/
11	Аналитические методы расчёта угла между прямыми в многогранниках	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
12	Аналитические методы расчёта угла между плоскостями в многогранниках	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
13	Формула расстояния от точки до плоскости в координатах	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
14	Нахождение расстояний от точки до плоскости в кубе	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
15	Нахождение расстояний от точки до плоскости в правильной пирамиде	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы:

					https://skysmart.ru/articles/mathematic/
16	Контрольная работа "Аналитическая геометрия"	1	1		
17	Сечения многогранников: стандартные многогранники	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
18	Сечения многогранников: метод следов	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
19	Сечения многогранников: стандартные плоскости, пересечения прямых и плоскостей	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
20	Параллельные прямые и плоскости: параллельные сечения	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
21	Параллельные прямые и плоскости: расчёт отношений	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа:

					https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
22	Параллельные прямые и плоскости: углы между скрещивающимися прямыми	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
23	Перпендикулярные прямые и плоскости: стандартные пары перпендикулярных плоскостей и прямых, симметрии многогранников	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
24	Перпендикулярные прямые и плоскости: теорема о трех перпендикулярах	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
25	Перпендикулярные прямые и плоскости: вычисления длин в многогранниках	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
26	Повторение: площади многоугольников, формулы для	1			1. Российская электронная школа:

	площадей, соображения подобия				https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
27	Повторение: площади многоугольников, формулы для площадей, соображения подобия	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
28	Повторение: площади многоугольников, формулы для площадей, соображения подобия	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
29	Площади сечений многогранников: площади поверхностей, разрезания на части, соображения подобия	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
30	Площади сечений многогранников: площади поверхностей, разрезания на части, соображения подобия	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
31	Контрольная работа "Повторение: многогранники, сечения	1	1		

	многогранников"				
32	Объём тела. Объем прямоугольного параллелепипеда	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
33	Задачи об удвоении куба, о квadrатуре куба; о трисекции угла	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
34	Стереометрические задачи, связанные с объёмом прямоугольного параллелепипеда	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
35	Прикладные задачи, связанные с вычислением объёма прямоугольного параллелепипеда	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
36	Объём прямой призмы	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/

					atic/
37	Стереометрические задачи, связанные с вычислением объёмов прямой призмы	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
38	Прикладные задачи, связанные с объёмом прямой призмы	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
39	Вычисление объёмов тел с помощью определённого интеграла. Объём наклонной призмы	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
40	Вычисление объёмов тел с помощью определённого интеграла. Объём пирамиды	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
41	Формула объёма пирамиды. Отношение объёмов пирамид с общим углом	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/

					atic/
42	Формула объёма пирамиды. Отношение объемов пирамид с общим углом	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
43	Стереометрические задачи, связанные с объёмами наклонной призмы	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
44	Стереометрические задачи, связанные с объёмами пирамиды	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
45	Прикладные задачи по теме "Объёмы тел", связанные с объёмом наклонной призмы	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
46	Прикладные задачи по теме "Объёмы тел", связанные с объёмом пирамиды	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/

					atic/
47	Применение объёмов. Вычисление расстояния до плоскости	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
48	Контрольная работа "Объём многогранника"	1	1		
49	Цилиндрическая поверхность, образующие цилиндрической поверхности	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
50	Цилиндр. Прямой круговой цилиндр. Площадь поверхности цилиндра	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
51	Коническая поверхность, образующие конической поверхности. Конус	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
52	Сечение конуса плоскостью, параллельной плоскости основания	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/

					2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
53	Усечённый конус. Изображение конусов и усечённых конусов	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
54	Площадь боковой поверхности и полной поверхности конуса	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
55	Площадь боковой поверхности и полной поверхности конуса	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
56	Стереометрические задачи на доказательство и вычисление, построением сечений цилиндра, конуса	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
57	Стереометрические задачи на доказательство и вычисление, построением сечений цилиндра,	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/

	конуса				2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
58	Прикладные задачи, связанные с цилиндром	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
59	Прикладные задачи, связанные с цилиндром	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
60	Сфера и шар	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
61	Пересечение сферы и шара с плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Вид и изображение шара	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
62	Пересечение сферы и шара с плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Вид и	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/

	изображение шара				2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
63	Уравнение сферы. Площадь сферы и её частей	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
64	Симметрия сферы и шара	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
65	Стереометрические задачи на доказательство и вычисление, связанные со сферой и шаром, построением их сечений плоскостью	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
66	Стереометрические задачи на доказательство и вычисление, связанные со сферой и шаром, построением их сечений плоскостью	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
67	Прикладные задачи, связанные со сферой и шаром	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/

					2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
68	Повторение: окружность на плоскости, вычисления в окружности, стандартные подобия	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
69	Различные комбинации тел вращения и многогранников	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
70	Задачи по теме "Тела и поверхности вращения"	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
71	Задачи по теме "Тела и поверхности вращения"	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
72	Контрольная работа "Тела и поверхности вращения"	1	1		
73	Объём цилиндра. Теорема об	1			1. Российская электронная

	объёме прямого цилиндра				школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
74	Вычисление объёмов тел с помощью определённого интеграла. Объём конуса	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
75	Площади боковой и полной поверхности конуса	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
76	Стереометрические задачи, связанные с вычислением объёмов цилиндра, конуса	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
77	Прикладные задачи по теме "Объёмы и площади поверхностей тел"	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
78	Объём шара и шарового сектора.	1			1. Российская электронная

	Теорема об объёме шара. Площадь сферы. Стереометрические задачи, связанные с вычислением объёмов шара, шарового сегмента и шарового сектора				<p>школа: https://resh.edu.ru/subject/17/</p> <p>2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/</p>
79	Прикладные задачи по теме "Объёмы тел", связанные с объёмом шара и площадью сферы. Соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел	1			<p>1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/</p> <p>2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/</p>
80	Подобные тела в пространстве. Изменение объёма при подобии. Стереометрические задачи, связанные с вычислением объёмов тел и площадей поверхностей	1			<p>1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/</p> <p>2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/</p>
81	Движения пространства. Отображения. Движения и равенство фигур. Общие свойства движений	1			<p>1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/</p> <p>2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/</p>
82	Виды движений: параллельный перенос, центральная симметрия, зеркальная симметрия, поворот вокруг прямой	1			<p>1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/</p> <p>2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/</p>

83	Контрольная работа "Площади поверхности и объемы круглых тел	1	1		
84	Преобразования подобия. Прямая и сфера Эйлера	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
85	Геометрические задачи на применение движения	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
86	Обобщающее повторение 11 понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний: "Параллельность прямых и плоскостей в пространстве"	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
87	Обобщающее повторение 11 понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний: "Векторы в пространстве"	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
88	Обобщающее повторение 11 понятий и методов курса	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/

	геометрии 10–11 классов, систематизация знаний: "Векторы в пространстве"				2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
89	Обобщающее повторение 11 понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний: "Объем многогранника"	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
90	Обобщающее повторение 11 понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний: "Объем многогранника"	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
91	Обобщающее повторение 11 понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний: "Площади поверхности и объёмы круглых тел"	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
92	Обобщающее повторение 11 понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний: "Площади поверхности и объёмы круглых тел"	1			1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
93	Итоговая контрольная работа	1	1		
94	Итоговая контрольная работа	1	1		

95	Повторение, обобщение и систематизация знаний	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
96	История развития стереометрии как науки и её роль в развитии современных инженерных и компьютерных технологий	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
97	История развития стереометрии как науки и её роль в развитии современных инженерных и компьютерных технологий	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
98	История развития стереометрии как науки и её роль в развитии современных инженерных и компьютерных технологий	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
99	История развития стереометрии как науки и её роль в развитии современных инженерных и компьютерных технологий	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/

100	История развития стереометрии как науки и её роль в развитии современных инженерных и компьютерных технологий	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
101	История развития стереометрии как науки и её роль в развитии современных инженерных и компьютерных технологий	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
102	История развития стереометрии как науки и её роль в развитии современных инженерных и компьютерных технологий	1			<ol style="list-style-type: none"> 1. Российская электронная школа: https://resh.edu.ru/subject/17/ 2. Skysmart курсы: https://skysmart.ru/articles/mathematic/
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		102	8	0	

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧЕНИКА

1. Математика. Геометрия, 10 класс/ Мерзляк А.Г., Номировский Д.А., Поляков В.М.; под редакцией Подольского В.Е., Общество с ограниченной ответственностью Издательский центр «ВЕНТАНА-ГРАФ»; Акционерное общество «Издательство «Просвещение»

2. Математика. Геометрия, 11 класс/ Мерзляк А.Г., Номировский Д.А., Поляков В.М.; под редакцией Подольского В.Е., Общество с ограниченной ответственностью Издательский центр «ВЕНТАНА-ГРАФ»; Акционерное общество «Издательство «Просвещение»

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ

1. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия 10 класс Углублённый уровень. Методические рекомендации к учебнику А. Г. Мерзляка,

Д. А. Номировского, В. Б. Полякова, 2-е издание; Акционерное общество «Издательство «Просвещение»

2. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия 11 класс Углублённый уровень. Методические рекомендации к учебнику А. Г. Мерзляка,

Д. А. Номировского, В. Б. Полякова, 2-е издание; Акционерное общество «Издательство «Просвещение»

ЦИФРОВЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ И РЕСУРСЫ СЕТИ ИНТЕРНЕТ

1. Российская электронная школа: <https://resh.edu.ru/subject/17/>

2. Skysmart курсы: <https://skysmart.ru/articles/mathematic/>

Контрольно-измерительные материалы

10 КЛАСС

№	Название	Количество часов
1	Контрольная работа "Аксиомы стереометрии. Сечения"	1
2	Контрольная работа "Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве"	1
3	Контрольная работа "Углы и расстояния"	1
4	Итоговая контрольная работа	2
		5

Критерии оценивания:

Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач;

оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы и может применять полученные знания по образцу;

оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он не знает большей части основного содержания учебной программы, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.

Требования к оформлению:

При оформлении работ должны быть указаны № работы, дата выполнения, вариант. В задачах должно быть прописано следующее: дано(условия задачи), выполнен рисунок (отражающий условие задачи); найти/доказать/построить (в зависимости от задачи); решение и ответ.

Решение задачи должно состоять из последовательности логических выводов на основании изученных теорем.

Если в задаче требуются дополнительные построения, их следует пояснять.

Перед применением какой-либо теоремы следует обосновывать возможность её применения.

Применяя какую-либо теорему, следует указать её название из школьного курса или же записать её формулировку.

Применяя известные формулы, следует сначала выписывать их в общем виде или указывать название.

При выполнении работ можно пользоваться таблицей синусов, косинусов, тангенсов и котангенсов основных углов.

Контрольная работа "Аксиомы стереометрии. Сечения"

Вариант 1

№1. Плоскости α и β пересекаются по прямой l . Прямая a параллельна прямой l и является скрещивающейся с прямой b . Определите, могут ли прямые a и b :

- лежать в одной из данных плоскостей;
- лежать в разных плоскостях α и β ;
- пересекать плоскости α и β . В случае утвердительного ответа укажите взаимное расположение прямых a и b .

№2. Плоскость α пересекает стороны АВ и ВС треугольника ABC в точках М и N соответственно, причем $AM : MB = 3 : 4$, $CN : BC = 3 : 7$.

- Докажите, что $AC \parallel \alpha$.
- Найдите AC, если $MN = 16$ см.

№3. Точки А, В, С и D не лежат в одной плоскости. Найдите угол между прямыми AC и BD, если $AC = 6$ см, $BD = 8$ см, а расстояние между серединами отрезков AD и BC равно 5 см.

Вариант 2

№1. Плоскости α и β пересекаются по прямой l . Прямые l и a пересекаются, а прямые l и b параллельны. Определите, могут ли прямые a и b :

- лежать в одной из плоскостей;
- лежать в разных плоскостях α и β ;
- пересекать плоскости α и β . В случае утвердительного ответа укажите взаимное расположение прямых a и b .

№2. Плоскость α проходит через сторону AC треугольника ABC. Прямая пересекает стороны АВ и ВС данного треугольника в точках М и N соответственно, причем $BN : NC = 2 : 3$, $AM : AB = 3 : 5$.

- Докажите, что $MN \parallel \alpha$.
- Найдите MN, если $AC = 30$ см.

№3. Точки А, В, С и D не лежат в одной плоскости. Найдите угол между прямыми АВ и CD, если $AB = CD = 6$ см, а расстояние между серединами отрезков AD и BC = 3 см.

Вариант 1

ОТВЕТ 1: а) нет; б) да; в) нет.

ОТВЕТ 2: б) 28 см.

ОТВЕТ 3: 90° .

Вариант 2

ОТВЕТ 1: а) да; б) да; в) нет.

ОТВЕТ 2: б) 12 см.

ОТВЕТ 3: 60° .

Контрольная работа "Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве"

Вариант 1

№1. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно 2 см. Найдите расстояние между прямыми AB и $B_1 D$.

№ 2. Диагональ куба равна 6 см. Найдите ребро куба и косинус угла между диагональю куба и плоскостью одной из его граней.

№ 3. Основание прямой призмы — прямоугольный треугольник с катетами 15 и 20 см. Найдите площадь полной поверхности призмы, если ее наименьшее сечение, проходящее через боковое ребро, — квадрат.

Вариант 2

№1. Дан прямой параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, основанием которого является ромб $ABCD$, угол $\angle BAD = 30^\circ$, $AB = 18$, $BB_1 = 12$. Найти площадь $AB_1 C_1 D$.

№2. Основанием прямоугольного параллелепипеда служит квадрат, диагональ параллелепипеда равна $2\sqrt{6}$ см, а его измерения относятся как $1 : 1 : 2$. Найдите: измерения параллелепипеда и синус угла между диагональю параллелепипеда и плоскостью его основания.

№3. Основание прямой призмы — равнобедренный треугольник с основанием 24 см и боковой стороной 13 см. Наименьшее сечение призмы, проходящее через ее боковое ребро, является квадратом. Найдите площадь полной поверхности призмы.

Вариант 1

ОТВЕТ 1: $AO = \sqrt{2}$

ОТВЕТ 2: $DC = 2\sqrt{3}$ см; $\cos \angle CB_1 D = \sqrt{6}/3$.

ОТВЕТ 3: 1020 см².

Вариант 2

ОТВЕТ 1: $S_{AB_1 C_1 D} = 270$.

ОТВЕТ 2: 2; 2; 4; $\sin \angle BDB_1 = \sqrt{6}/3$.

ОТВЕТ 3: 370 см².

Контрольная работа "Углы и расстояния"

Вариант 1

№1. Из точки А проведены к плоскости α наклонные АЕ и АF, образующие с ней углы 30° и 60° соответственно. Найдите проекцию наклонной АF на плоскость α , если проекция наклонной АЕ на эту плоскость равна 6 см.

№ 2. Точка В принадлежит одной из граней двугранного угла и удалена от другой грани на $4\sqrt{3}$ см. Найдите расстояние от точки В до ребра двугранного угла, если величина этого угла равна 60° .

№ 3. Через катет прямоугольного равнобедренного треугольника проведена плоскость, которая образует с плоскостью треугольника угол 60° . Найдите синус угла, который образует гипотенуза треугольника с этой плоскостью.

№4. Концы отрезка, длина которого равна $5\sqrt{5}$ см, принадлежат двум перпендикулярным плоскостям. Расстояния от концов этого отрезка до линии пересечения плоскостей равны 5 см и 8 см. Найдите расстояние между основаниями перпендикуляров, опущенных из концов отрезка на линию пересечения плоскостей.

№5. Угол между плоскостями треугольников ABC и ABD равен 60° градусов. Найдите CD, если $AC=BC=13$ см, $AB=24$ см, $AD=BD=15$ см.

Вариант 2

№1. Из точки М проведены к плоскости α наклонные МА и МВ, образующие с ней углы 60° и 45° соответственно. Найдите проекцию наклонной МВ на плоскость α , если $AM = 8\sqrt{3}$ см.

№2. Точка С принадлежит одной из граней двугранного угла и удалена от его ребра на 14 см. Найдите расстояние от точки С до другой грани двугранного угла, если величина этого угла равна 30° .

№ 3. Через сторону правильного треугольника проведена плоскость, которая образует с двумя остальными сторонами треугольника углы по 30° . Найдите синус угла между плоскостью данного треугольника и проведённой плоскостью.

№4. Концы отрезка, длина которого равна 16 см, принадлежат двум перпендикулярным плоскостям. Расстояния от концов этого отрезка до линии пересечения плоскостей равны 8 см и $8\sqrt{2}$ см. Найдите углы, которые образует отрезок с данными плоскостями.

№5. Угол между плоскостями треугольников ABC и ABD равен 60° , $AC = BC = 20$ см, $AB = 24$ см, $AD = BD$, $\angle ADB = 90^\circ$. Найдите отрезок CD.

Вариант 1

ОТВЕТ 1: 2 см.

ОТВЕТ 2: 8 см.

ОТВЕТ 3: $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

ОТВЕТ 4: 6см.

ОТВЕТ 5: $\sqrt{61}$ см.

Вариант 2

ОТВЕТ 1: 12см.

ОТВЕТ 2: 7см.

ОТВЕТ 3: $\frac{1}{\sqrt{3}}$,

ОТВЕТ 4: 45°; 30°.

ОТВЕТ 5: $4\sqrt{13}$ см.

Итоговая контрольная работа

Вариант 1

№1. Плоскости α и β перпендикулярны. Прямая a — линия их пересечения. В плоскости α выбрали точку A , а в плоскости β — точку B такие, что расстояния от них до прямой a равны 4 см и 5 см соответственно. Найдите расстояние между точками A и B , если расстояние между их проекциями на прямую a равно $2\sqrt{2}$ см.

№2. Угол между плоскостями треугольников ABC и ABD равен 45° . Треугольник ABC - равносторонний со стороной $4\sqrt{3}$ см, а треугольник ABD - равнобедренный $AD = BD = \sqrt{14}$ см. Найдите отрезок CD .

№3. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Построить сечение, проходящее через точки, N, M и K . Известно, что $\frac{ND}{AN} = \frac{1}{6}, \frac{A_1 M}{AM} = \frac{1}{6}, \frac{D_1 K}{KC_1} = \frac{1}{6}$.

№4. Основание пирамиды — равнобедренный прямоугольный треугольник с гипотенузой $4\sqrt{2}$ см. Боковые грани, содержащие катеты треугольника, перпендикулярны к плоскости основания, а третья грань наклонена к ней под углом 45° .

а) Найдите длины боковых ребер пирамиды.

б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

№5. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно a . Постройте сечение куба, проходящее через середины ребер $AA_1, B_1 C_1$ и CD , и найдите площадь этого сечения.

Вариант 2

№1. Плоскости α и β перпендикулярны. Прямая c — линия их пересечения. В плоскости α выбрали точку M , а в плоскости β — точку N такие, что расстояния от них до прямой c равны 6 см и 7 см соответственно. Найдите расстояние между основаниями перпендикуляров, проведённых из точек M и N к прямой c , если расстояние между точками M и N равно $\sqrt{110}$ см.

№2. Угол между плоскостями треугольников DCF и DEF равен 45° , $DE = EF = 9\sqrt{2}$ см, $DC = CF = 15$ см, $DF = 24$ см. Найдите отрезок CE .

№3. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Построить сечение, проходящее через точки, N, M и C_1 . Известно, что $AN = ND, AM = MB$.

№4. Основание пирамиды — правильный треугольник с площадью $9\sqrt{3}$ см². Две боковые грани пирамиды перпендикулярны к плоскости основания, а третья — наклонена к ней под углом 30° .

а) Найдите длины боковых ребер пирамиды.

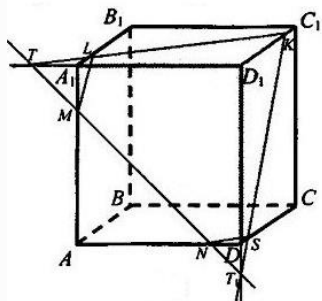
б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

№5. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно a . Постройте сечение куба, проходящее через середины ребер $A_1 B_1, CC_1$ и AD , и найдите площадь этого сечения.

Вариант 1

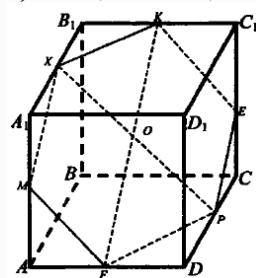
ОТВЕТ 1: 7 см.

ОТВЕТ 2: $\sqrt{26}$ см.



ОТВЕТ 3:

ОТВЕТ 4: а) 3 см, $3\sqrt{5}$ см, $3\sqrt{5}$; б) $S_{\text{бок.}} = 36 \text{ см}^2$.



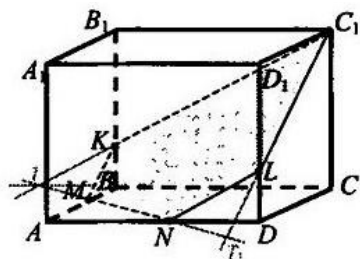
ОТВЕТ 5:

$$S_{\text{сеч.}} = \frac{3}{4} \cdot a^2 \cdot \sqrt{3}.$$

Вариант 2

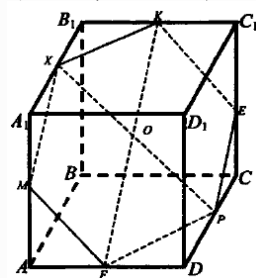
ОТВЕТ 1: 5 см.

ОТВЕТ 2: $\sqrt{193}$ см.



ОТВЕТ 3:

ОТВЕТ 4: а) $2\sqrt{2}$, $2\sqrt{6}$ см, $2\sqrt{6}$ см; б) $S_{\text{бок.}} = 16\sqrt{2} \text{ см}^2$.



ОТВЕТ 5:

$$S_{\text{сеч.}} = \frac{3}{4} \cdot a^2 \cdot \sqrt{3}.$$

11 КЛАСС

№	Название	Количество часов
1	Контрольная работа "Векторы в пространстве"	1
2	Контрольная работа "Аналитическая геометрия"	1
3	Контрольная работа "Повторение: многогранники, сечения многогранников"	1
4	Контрольная работа "Объём многогранника"	1
5	Контрольная работа "Тела и поверхности вращения"	1
6	Контрольная работа "Площади поверхности и объемы круглых тел"	1
7	Итоговая контрольная работа	2
		8

Критерии оценивания:

Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач;

оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы и может применять полученные знания по образцу;

оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он не знает большей части основного содержания учебной программы, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.

Требования к оформлению:

При оформлении работ должны быть указаны № работы, дата выполнения, вариант. В задачах должно быть прописано следующее: дано(условия задачи), выполнен рисунок (отражающий условие задачи); найти/доказать/построить (в зависимости от задачи); решение и ответ.

Решение задачи должно состоять из последовательности логических выводов на основании изученных теорем.

Если в задаче требуются дополнительные построения, их следует пояснять.

Перед применением какой-либо теоремы следует обосновывать возможность её применения.

Применяя какую-либо теорему, следует указать её название из школьного курса или же записать её формулировку.

Применяя известные формулы, следует сначала выписывать их в общем виде или указывать название.

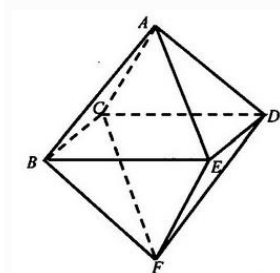
При выполнении работ можно пользоваться таблицей синусов, косинусов, тангенсов и котангенсов основных углов.

Контрольная работа "Векторы в пространстве"

Вариант 1

№1. Сформулируйте определение произведения вектора a на число k , сочетательный, первый и второй распределительные законы умножения вектора на число. Проиллюстрируйте их на примерах.

№2. На рисунке изображен правильный октаэдр. Докажите, что $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{FB} = \overrightarrow{DB}$.



№3. Точки A_1, B_1, C_1 — середины сторон BC, AC, AB треугольника ABC , точка O — произвольная точка пространства. Докажите, что $\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OC_1} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$.

Вариант 2

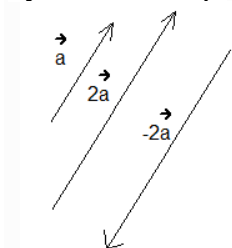
№1. Сформулируйте определение компланарных векторов. Приведите примеры компланарных и некомпланарных векторов, используя изображение параллелепипеда.

№2. Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1 C_1} + \overrightarrow{D D_1} + \overrightarrow{C D}$.

№3. В тетраэдре $ABCD$ точка K — середина медианы BB_1 грани BCD . Разложите вектор AK по векторам $a = AB, b = AC, c = AD$.

Вариант 1

ОТВЕТ 1: Произведение ненулевого вектора \vec{a} на число k — такой вектор \vec{b} , длина которого равна $|\vec{b}| = |k| * |\vec{a}|$, причем векторы \vec{a} и \vec{b} сонаправлены при $k \geq 0$ и противоположны при $k < 0$. Произведение нулевого вектора на любое число — это нулевой вектор.

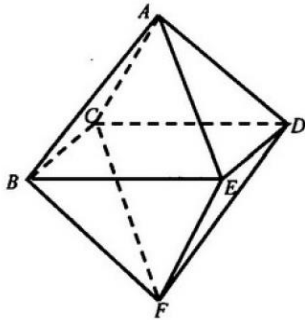


$(kl)\vec{a} = k(l\vec{a})$ — сочетательный закон;

$(k + l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$ — первый распределительный закон;

$k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$ – второй распределительный закон.

ОТВЕТ 2:

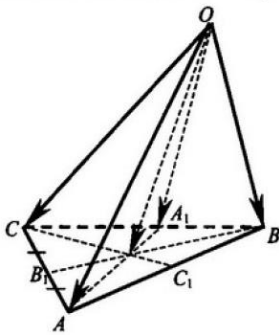


На рисунке изображен правильный октаэдр. Докажите, что $\vec{AB} + \vec{FB} = \vec{DB}$.

Решение: $\vec{BA} + \vec{BF} = \vec{BD}$, так как векторы \vec{AB} , \vec{BF} и \vec{FD} принадлежат одной плоскости, их длины равны, а $ABFD$ – параллелограмм $\Rightarrow -\vec{AB} - \vec{FB} = -\vec{DB}$, или $\vec{AB} + \vec{FB} = \vec{DB}$.

ОТВЕТ 3:

Точки A_1, B_1, C_1 – середины сторон BC, AC, AB треугольника ABC , точка O – произвольная точка пространства. Докажите, что $\vec{OA_1} + \vec{OB_1} + \vec{OC_1} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$.



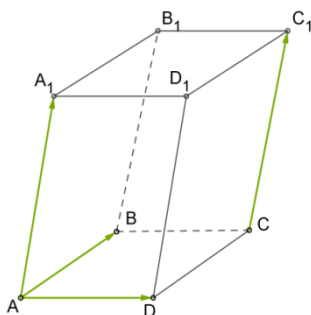
Решение: $\vec{OC} + \vec{CA_1} = \vec{OA_1}$;
 $\vec{OA_1} + \vec{A_1B} = \vec{OB}$; $\vec{CA_1} + \vec{A_1B} = \frac{1}{2}\vec{CB}$, значит,
 $\vec{OC} - \vec{OA_1} = \vec{OA_1} - \vec{OB} \Rightarrow \vec{OC} + \vec{OB} = 2\vec{OA_1}$. Запишем аналогичные равенства для других граней. $\vec{OC} + \vec{OA} = 2\vec{OB_1}$ и $\vec{OB} + \vec{OA} = 2\vec{OC_1}$. Складывая эти три равенства, получим:
 $2(\vec{OC} + \vec{OA} + \vec{OB}) = 2(\vec{OA_1} + \vec{OB_1} + \vec{OC_1}) \Rightarrow$

$\vec{OC} - \vec{OA} + \vec{OB} = \vec{OA_1} - \vec{OB_1} + \vec{OC_1}$, что и требовалось доказать.

Вариант 2

ОТВЕТ 1: Компланарные векторы — это векторы, которые лежат в одной плоскости или параллельны одной плоскости. Любые два произвольных вектора можно считать компланарными.

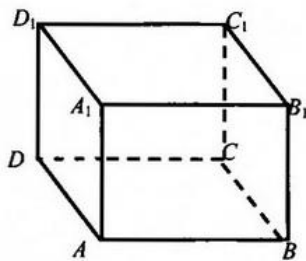
Пример компланарных и некомпланарных векторов на ребрах параллелепипеда:



векторы $\vec{AA_1}$, $\vec{CC_1}$ и \vec{CB} компланарны, так как $\vec{AA_1}$ и $\vec{CC_1}$ коллинеарны;

векторы AB , DC и DD_1 компланарны, так как AB и DC коллинеарны; векторы CD , CB и CC_1 некопланарны, так как они не лежат в одной плоскости и любая пара векторов не является коллинеарной.

ОТВЕТ 2:



Дан параллелепипед $AA_1B_1C_1D_1$. Найдите сумму векторов $\vec{AB} + \vec{B_1C_1} + \vec{DD_1} + \vec{CD}$.

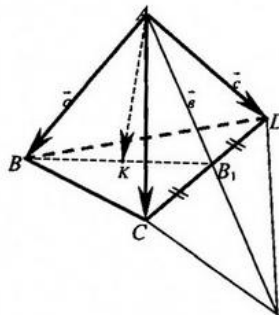
Решение:

$$\begin{aligned} \vec{AB} + \vec{B_1C_1} + \vec{DD_1} + \vec{CD} &= \vec{AB} + \vec{B_1C_1} + \\ &+ (\vec{CD} + \vec{DD_1}) = \vec{AB} + \vec{B_1C_1} + \vec{CD_1} = \\ \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD_1} &= \vec{AC} + \vec{CD_1} = \vec{AD_1}. \quad (\text{Ответ: } \vec{AD_1}.) \end{aligned}$$

ОТВЕТ 3:

В тетраэдре $ABCD$ точка K – середина медианы BB_1 грани B_1CD . Разложите вектор \vec{AK} по векторам $\vec{a} = \vec{AB}$, $\vec{b} = \vec{AC}$, $\vec{c} = \vec{AD}$.

Решение: Проведем $\vec{AB_1}$, $KB = KB_1$, следовательно, имеем равенство: $\vec{AK} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{AB_1})$. Построим $\triangle ACD$ до параллелограмма; сложив \vec{AC} и \vec{AD} по правилу параллелограмма, получим, что их сумма $\vec{b} + \vec{c}$ равна диагонали параллелограмма, выходящей из вершины A . Но эта диагональ



равна $2\vec{AB_1}$. Значит, $\vec{b} + \vec{c} = 2\vec{AB_1}$, $\vec{AB_1} = \frac{\vec{b} + \vec{c}}{2}$. Таким образом,

$$\vec{AK} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c}) = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b} + \frac{1}{4}\vec{c}. \quad (\text{Ответ: } \vec{AK} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b} + \frac{1}{4}\vec{c}.)$$

Контрольная работа "Аналитическая геометрия"

Вариант 1

№1. Даны точки $A(4; 5; 4)$, $B(2; 3; -4)$ на оси абсцисс. Найти точку C , равноудаленную от точек A и B . Найти площадь $\triangle ABC$.

№2. Дан треугольник ABC с вершинами $A(4; 4)$, $B(3; -3)$ и $C(-3; 3)$. Найти: а) величину угла A ; б) координаты точек пересечения медиан; в) координаты точек пересечения высот.

№3. Привести к каноническому виду уравнение кривой 2 порядка, найти все ее параметры, построить кривую. $x^2 + y^2 + 8x - 2y + 16 = 0$

Вариант 2

№1. Даны точки $A(-2; 1; 2)$, $B(-6; 3; -2)$ на оси аппликат. Найти точку C , равноудаленную от точек A и B . Найти площадь $\triangle ABC$.

№2. Даны координаты вершин пирамиды: $A_1(6; 6; 5)$, $A_2(4; 9; 5)$, $A_3(4; 6; 11)$, $A_4(6; 9; 3)$. Найти: а) длину ребер A_1A_2 и A_1A_3 ; б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_3 ; в) площадь грани $A_1A_2A_3$.

№3. Привести к каноническому виду уравнение кривой 2 порядка, найти все ее параметры, построить кривую. $4x^2 + y^2 - 16x - 6y + 21 = 0$

Вариант 1

ОТВЕТ 1:

По условию $C \in$ оси OX , значит она имеет координаты $C(x; 0; 0)$ и $AC = BC$. Составим уравнение, пользуясь формулой расстояния между двумя точками: $(x-4)^2 + 25 + 16 = (x-2)^2 + 9 + 16$, $x^2 - 8x + 16 + 25 + 16 = x^2 - 4x + 4 + 9 + 16$, $-4x = -28$, $x = 7$.

Пусть точка M – середина основания равнобедренного $\triangle ABC$, то есть отрезка AB . Тогда точка M имеет координаты: $M(3; 4; 0)$.

$AB = \sqrt{(2-4)^2 + (3-5)^2 + (-4-4)^2} = \sqrt{4+4+64} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$, CM – высота

$\triangle ABC$. $CM = \sqrt{(7-3)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{16+16} = 4\sqrt{2}$. $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CM$;

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2} = 24.$$

(Ответ: (7; 0; 0); 24.)

ОТВЕТ 2:

Получаем координаты точек: $A(4; 4)$, $B(3; -3)$ и $C(-3; 3)$.

Найдем уравнения сторон треугольника ABC и их угловые коэффициенты.

Уравнение стороны AB :

$$\frac{x-x_A}{x_B-x_A} = \frac{y-y_A}{y_B-y_A},$$

$$\frac{x-4}{3-4} = \frac{y-4}{-3-4},$$

$$\frac{x-4}{-1} = \frac{y-4}{-7},$$

$$y-4 = 7x-28,$$

$$y = 7x-24, \text{ угловой коэффициент } k_{AB} = 7.$$

Уравнение стороны AC :

$$\frac{x-x_A}{x_C-x_A} = \frac{y-y_A}{y_C-y_A},$$

$$\frac{x-4}{-3-4} = \frac{y-4}{3-4},$$

$$\frac{x-4}{-7} = \frac{y-4}{-1},$$

$$x-4 = 7y-28,$$

$$7y = x+24,$$

$$y = \frac{1}{7}x + \frac{24}{7}, \text{ угловой коэффициент } k_{AC} = \frac{1}{7}.$$

Уравнение стороны BC :

$$\frac{x-x_B}{x_C-x_B} = \frac{y-y_B}{y_C-y_B},$$

$$\frac{x-3}{-3-3} = \frac{y+3}{3+3},$$

$$\frac{x-3}{-6} = \frac{y+3}{6},$$

$$3-x = y+3,$$

$$y = -x, \text{ угловой коэффициент } k_{BC} = -1.$$

А) Найдем величину угла A по формуле:

$$\operatorname{tg} A = \left| \frac{k_{AB} - k_{AC}}{1 + k_{AB} \cdot k_{AC}} \right| = \left| \frac{7 - 1/7}{1 + 7 \cdot 1/7} \right| = \frac{24}{7}, \text{ откуда } \angle A = \operatorname{arctg} \frac{24}{7} \approx 1,287 \text{ рад.} \approx 73,74^\circ$$

Б) Найдем координаты точки пересечения меридиан.

Найдем середину стороны AC , точку M :

$$x_M = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{4-3}{2} = \frac{1}{2}, \quad y_M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{4+3}{2} = \frac{7}{2}. \text{ Получаем } M(0,5; 3,5).$$

Рассмотрим медиану BM . Известно, что точка пересечения медиан делит медиану в отношении 2:1, считая от вершины, то есть для точки пересечения K верно:

$$BK : KM = 2 : 1 = 2 = \lambda, \text{ поэтому координаты точки } K$$
$$x_K = \frac{x_B + \lambda x_M}{1 + \lambda} = \frac{3+1}{3} = \frac{4}{3}, \quad y_K = \frac{y_B + \lambda y_M}{1 + \lambda} = \frac{-3+7}{3} = \frac{4}{3}.$$

Точка пересечения медиан $K\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

В) Найдем координаты точки пересечения высот. Для этого найдем уравнения двух высот

Высота AD , проведенная к стороне BC :

$$y - y_A = -\frac{1}{k_{BC}}(x - x_A),$$

$$y - 4 = 1(x - 4),$$

$$y = x$$

Высота BE , проведенная к стороне AC :

$$y - y_B = -\frac{1}{k_{AC}}(x - x_B),$$

$$y + 3 = -7(x - 3),$$

$$y + 3 = -7x + 21,$$

$$y + 7x = 18.$$

Найдем точку пересечения высот, решая систему:

$$\begin{cases} y = x \\ y + 7x = 18. \end{cases}$$

Получаем:

$$\begin{cases} x = \frac{9}{4}, \\ y = \frac{9}{4}. \end{cases}$$

Точка пересечения высот $N\left(\frac{9}{4}; \frac{9}{4}\right)$

ОТВЕТ 3:

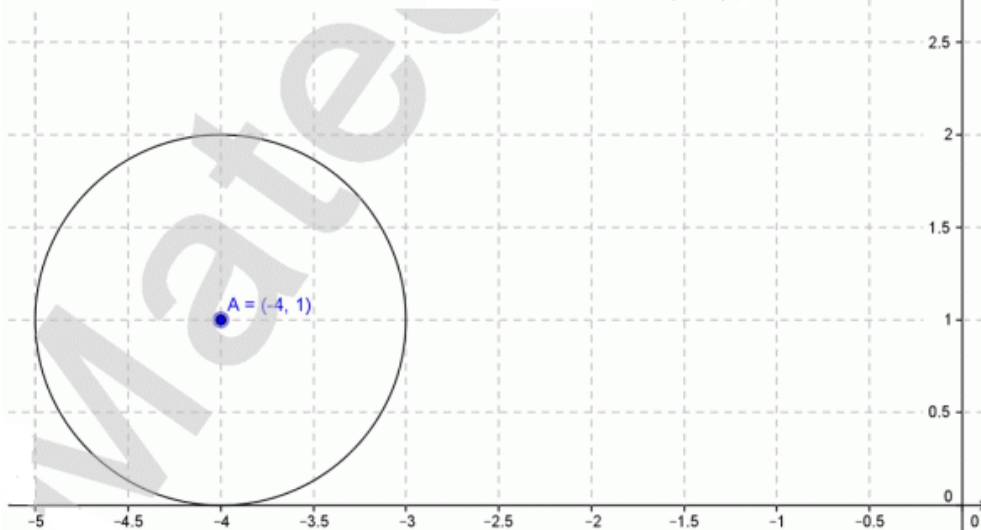
Построить кривую $x^2 + 8x + y^2 - 2y + 16 = 0$.

Преобразуем уравнение к каноническому виду:

$$(x^2 + 2 \cdot 4 \cdot x + 16) + (y^2 - 2 \cdot 1 \cdot y + 1) - 1 = 0$$

$$(x+4)^2 + (y-1)^2 = 1$$

Имеем окружность радиуса $R=1$ с центром в точке $O(-4|1)$:



Вариант 2

ОТВЕТ 1:

По условию $C \in$ оси OZ , значит она имеет координаты $C(0; 0; z)$ и $AC = BC$. Составим уравнение, пользуясь формулой расстояния между двумя точками: $4 + 1 + (z - 2)^2 = 36 + 9 + (z + 2)^2$, $5 + z^2 - 4z + 4 = 45 + z^2 + 4z + 4$, $-8z = 40$; $z = -5$.

По формуле координат середины отрезка AB найдем координаты точки M – середины: $M\left(\frac{-6-2}{2}; \frac{1+3}{2}; \frac{2-2}{2}\right)$, $M(-4; 2; 0)$.

$$AB = \sqrt{(-6+2)^2 + (3-1)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{16+4+16} = \sqrt{36} = 6, \quad CM - \text{высота}$$

равнобедренного $\triangle ABC$. $CM = \sqrt{16+4+25} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$. $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CM$;

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3\sqrt{5} = 9\sqrt{5}. \quad (\text{Ответ: } (0; 0; -5). 9\sqrt{5}.)$$

ОТВЕТ 2:

1) Длины ребер A_1A_2 и A_1A_3

$$\overrightarrow{A_1A_2} = (4-6; 9-6; 5-5) = (-2; 3; 0)$$

$$\overrightarrow{A_1A_3} = (4-6; 6-6; 11-5) = (-2; 0; 6)$$

$$|A_1A_2| = \left| \overrightarrow{A_1A_2} \right| = \sqrt{(-2)^2 + 3^2 + 0^2} = \sqrt{4+9+0} = \sqrt{13}$$

$$|A_1A_3| = \left| \overrightarrow{A_1A_3} \right| = \sqrt{(-2)^2 + 0^2 + 6^2} = \sqrt{4+0+36} = \sqrt{40}$$

2) Угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_3 .

$$\cos \alpha = \frac{\overrightarrow{A_1A_2} \cdot \overrightarrow{A_1A_3}}{\left| \overrightarrow{A_1A_2} \right| \cdot \left| \overrightarrow{A_1A_3} \right|} = \frac{-2 \cdot (-2) + 3 \cdot 3 + 0 \cdot 0}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{40}} = \frac{4+9}{\sqrt{520}} = \frac{13}{\sqrt{520}}$$

$$\alpha = \arccos \frac{13}{\sqrt{520}} = \arccos \frac{13}{\sqrt{520}} = \arccos 0,57 = 55^\circ$$

3) Площадь грани $A_1A_2A_3$.

$$\overrightarrow{A_1A_2} \times \overrightarrow{A_1A_3} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -2 & 3 & 0 \\ -2 & 0 & 6 \end{vmatrix} = i \cdot \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} - j \cdot \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ -2 & 6 \end{vmatrix} + k \cdot \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= 18i + 12j + 6k$$

$$\left| \overrightarrow{A_1A_2} \times \overrightarrow{A_1A_3} \right| = \sqrt{18^2 + 12^2 + 6^2} = \sqrt{504}$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot \left| \overrightarrow{A_1A_2} \times \overrightarrow{A_1A_3} \right| = \frac{\sqrt{504}}{2} = \sqrt{\frac{504}{4}} = \sqrt{126} \text{ (ед}^2\text{)}$$

ОТВЕТ 3:

Приведем уравнение кривой к каноническому виду, выделяя полные квад

$$4x^2 + y^2 - 16x - 6y + 21 = 0,$$

$$4(x^2 - 4x) + (y^2 - 6y) + 21 = 0,$$

$$4(x^2 - 4x + 4) + (y^2 - 6y + 9) = -21 + 16 + 9,$$

$$4(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4,$$

$$\frac{(x-2)^2}{1} + \frac{(y-3)^2}{4} = 1,$$

$$\frac{(x-2)^2}{1^2} + \frac{(y-3)^2}{2^2} = 1.$$

Получили каноническое уравнение эллипса $\frac{(y-3)^2}{2^2} + \frac{(x-2)^2}{1^2} = 1$ с центром в точке и полуосями $a = 2$, $b = 1$.

Параметр c : $c^2 = a^2 - b^2 = 4 - 1 = 3$, $c = \sqrt{3}$.

Тогда фокусы гиперболы расположены в точках:

$$F_1(2, c+3) = F_1(2, \sqrt{3}+3) \text{ и } F_2(2, -c+3) = F_2(2, -\sqrt{3}+3).$$

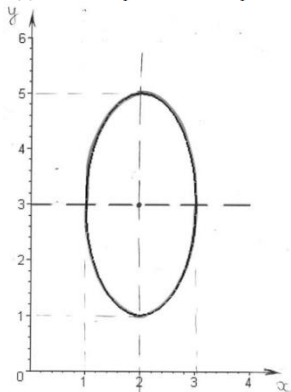
Эксцентриситет эллипса: $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,866 < 1$.

Директрисы гиперболы:

$$y - 3 = \pm \frac{a}{e},$$

$$y = \pm \frac{4}{\sqrt{3}} + 3.$$

Сделаем чертеж. Начертим эллипс, отметим центр $O(2;3)$



Контрольная работа "Повторение: многогранники, сечения многогранников"

Вариант 1

№1. Дан равнобедренный прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AC . SB — перпендикуляр к плоскости ABC . Двугранный угол $SACB$ равен 45° .

- а) Докажите перпендикулярность плоскостей SBA и SBC .
- б) M — точка пересечения медиан треугольника SAC . Разложите вектор BM по векторам BC , BA , BS .

№2. Основание пирамиды — прямоугольный треугольник с катетом a и противолежащим углом α . Боковые грани пирамиды, содержащие данный катет и гипотенузу основания, перпендикулярны к плоскости основания, а третья боковая грань наклонена к ней под углом β . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

№3. Постройте сечение правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$, проходящей через середины ребер основания AD и CD параллельно ребру SD .

Вариант 2

№1. Дан равнобедренный прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AC . SB — перпендикуляр к плоскости ABC . Прямые SA и SC образуют с плоскостью ABC угол 30° .

- а) Докажите перпендикулярность плоскостей SAC и SBD , если D — середина AC ;
- б) M — точка пересечения медиан треугольника SAC . Разложите вектор SM по векторам SA , SB , SC .

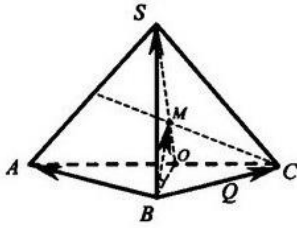
№2. Основание пирамиды — прямоугольный треугольник с гипотенузой c и острым углом α . Боковые грани пирамиды, содержащие катеты основания, перпендикулярны к плоскости основания, а третья боковая грань наклонена к ней под углом β . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

№3. Постройте сечение правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$, проходящей через середины ребра основания AD и бокового ребра SA параллельно прямой AC .

Вариант 1

ОТВЕТ 1:

а) $SB \perp AB$ и $AB \perp BC$, тогда по признаку перпендикулярности прямой и плоскости $AB \in SBC$, $AB \in SAB$, тогда по признаку перпендикулярности плоскостей $SAB \perp SBC$; б) Пусть $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BS} = \vec{b}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{c}$. По правилу сложения векторов

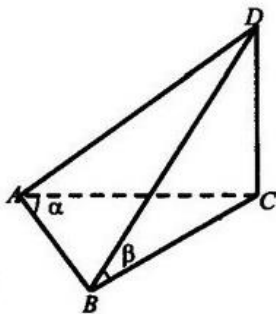


$$\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BS} + \overrightarrow{SM} = \overrightarrow{BS} + \frac{2}{3}\overrightarrow{SO} = \overrightarrow{BS} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB});$$

$$\overrightarrow{SA} = \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BS} = \vec{a} - \vec{b}; \quad \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BS} = \vec{c} - \vec{b};$$

$$\overrightarrow{BM} = \vec{b} + \frac{1}{3}(\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} + \vec{b}) = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}).$$

ОТВЕТ 2:



1) Рассмотрим треугольник BDC : $\angle B = 90^\circ$,

$$BD = a \operatorname{tg} \beta; \quad DC = \frac{a}{\cos \beta}.$$

2) Рассмотрим $AB = \frac{a}{\sin \alpha}$; $AC = \frac{a \cos \alpha}{\sin \alpha}$.

3) Рассмотрим треугольник DBC :

$$S = \frac{1}{2} BD \cdot AB = \frac{1}{2} a \operatorname{tg} \beta \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{1}{2} \frac{a^2 \operatorname{tg} \beta}{\sin \alpha}.$$

4) Рассмотрим треугольник DCA : $\angle C = 90^\circ$, так как DC перпендикулярно по теореме о трех перпендикулярах.

$$S_3 = \frac{1}{2} DC \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{\cos \beta} \cdot \frac{a \cos \alpha}{\cos \beta \sin \alpha} = \frac{1}{2} \frac{a^2 \operatorname{ctg} \alpha}{\cos \beta}.$$

$$5) S_{\text{бок.}} = \frac{1}{2} a^2 \operatorname{tg} \beta + \frac{1}{2} \frac{a^2 \operatorname{tg} \beta}{\sin \alpha} + \frac{1}{2} \frac{a^2 \operatorname{ctg} \alpha}{\cos \beta}.$$

ОТВЕТ 3:

- 1) Провели прямую PN через точки N -середина CD и P -середина AD .
- 2) Провели MP и KN параллельно SD . Нашли точки K и M .
- 3) Дистраиваем прямые AB , BC и PN и находим вспомогательные точки 1 и 2.
- 4) Проводим прямые 1М и 2К до пересечения с ребром SB , находим точку L .
- 5) Дистраиваем сечение $PMLKN$.

Вариант 2

ОТВЕТ 1:

- 1) $AC \perp BD$, так как медиана в равнобедренном треугольнике ABC и высота. Треугольник ASC равнобедренный, $BA = BC$ являются проекциями SA и SC . Тогда AC перпендикулярно плоскости SBD , значит, плоскости SAC и SBD тоже перпендикулярны.

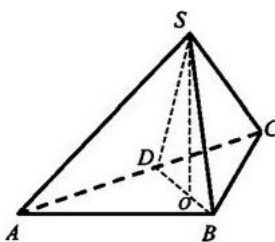
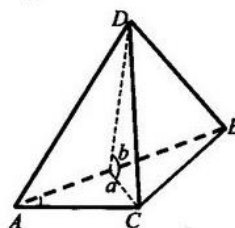


Рис. 15

$$\vec{SM} = \vec{SB} + \vec{BM} = \vec{SB} + \frac{2}{3}\vec{BD} = \vec{SB} + \frac{2}{3}\left(\frac{\vec{BA} + \vec{BC}}{2}\right) = \vec{CB} + \frac{1}{3}(\vec{BA} + \vec{BC});$$

ОТВЕТ 2:

- 2) $\vec{BA} = \vec{SA} - \vec{SB}$; $\vec{BC} = \vec{SC} - \vec{SB}$; $\vec{SM} = \vec{SB} + \frac{1}{2}(\vec{SA} - \vec{SB} + \vec{SC} - \vec{SB}) = \frac{1}{2}(\vec{SB} + \vec{SA} + \vec{SC})$.



$$AC = c \cdot \cos \alpha; \quad BC = c \cdot \sin \alpha. \quad CD = \sqrt{AD \cdot DB};$$

$$AD = \frac{AC^2}{AB} = \frac{c^2 \cos^2 \alpha}{c} = c \cos^2 \alpha;$$

$$BD = \frac{BC^2}{AB} = \frac{c^2 \sin^2 \alpha}{c} = c \sin \alpha; \quad CD = \sqrt{c^2 \sin 2\alpha \cos \alpha} = c \sin \alpha \cos \alpha;$$

$$SD = \frac{CD \cdot c \sin \alpha}{\cos \beta \cdot \cos \beta}; \quad S_1 = \frac{1}{2} c \cos \alpha \cdot c \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta = \frac{1}{2} c^2 \cos^2 \alpha \sin \alpha \operatorname{tg} \beta;$$

$$S_2 = \frac{1}{2} c \sin \alpha \cdot c \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta = \frac{1}{2} c^2 \sin^2 \alpha \cos \alpha \operatorname{tg} \beta;$$

$$S_3 = \frac{1}{2} \frac{c^2 \sin \alpha \cos \alpha}{\cos \beta}; \quad S_2 = \frac{1}{2} c \sin \alpha \cdot c \cdot \left(\sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta + \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta + \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\cos \beta} \right).$$

ОТВЕТ 3:

- 1) Провели AC диагональ, параллельно AC провели прямую MN через точку N . Нашли точку P .
- 2) Провели MP . Провели прямую KN через точку N параллельно MP . Нашли точку K .
- 3) Достаиваем прямые AB , BC и PN и находим вспомогательные точки 1 и 2 .
- 4) Проводим прямые $1M$ и $2K$ до пересечения с ребром SB , находим точку L .
- 5) Достаиваем сечение $PMLKN$.

Контрольная работа "Объём многогранника"

Вариант 1

№1. Апофема правильной треугольной пирамиды равна 4 см, а двугранный угол при основании равен 60° . Найдите объём пирамиды.

№2. Основание прямого параллелепипеда ромб с периметром 40 см. Одна из диагоналей ромба равна 12 см. Найдите объём параллелепипеда, если его большая диагональ равна 20 см.

№3. Апофема правильной четырехугольной пирамиды равна l и образует с плоскостью основания пирамиды угол α . Найдите объём пирамиды.

Вариант 2

№1. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 6 см и составляет с плоскостью основания угол в 60° . Найдите объём пирамиды.

№2. Основанием прямого параллелепипеда — ромб с периметром 40 см. Боковое ребро параллелепипеда равно 9, а одна из диагоналей 15 см. Найдите объём параллелепипеда.

№3. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно 1 и наклонено к плоскости основания пирамиды под углом α . Найдите объём пирамиды.

Вариант 1

ОТВЕТ 1: 24см^3 .

ОТВЕТ 2: 1152см^3

ОТВЕТ 3: $\frac{4}{3}l^3 \cos 2\alpha \sin \alpha$

Вариант 2

ОТВЕТ 1: $\frac{81}{4}\text{см}^3$

ОТВЕТ 2: 864см^3

ОТВЕТ 3: $\frac{2}{3}l^3 \cos^2 \alpha \sin \alpha$

Контрольная работа "Тела и поверхности вращения"

Вариант 1

№1. В цилиндр вписана призма. Основанием призмы служит прямоугольный треугольник, катет которого равен $2a$, а прилежащий угол равен 30° . Диагональ большей боковой грани призмы составляет с плоскостью ее основания угол в 45° . Найдите объем цилиндра.

№2. Плоский угол при вершине правильной четырехугольной пирамиды равен α , а боковое ребро равно l . Найдите объем конуса, вписанного в пирамиду.

№3. Основание прямой призмы — равнобедренный треугольник с основанием a и углом при основании α . Диагональ боковой грани, содержащей боковую сторону треугольника, наклонена к плоскости основания под углом β . Найдите объем цилиндра, вписанного в призму.

Вариант 2

№1. В конус вписана пирамида. Основанием служит прямоугольный треугольник, катет которого равен $2a$, а прилежащий угол равен 30° . Боковая грань пирамиды, проходящая через данный катет, составляет с плоскостью основания угол в 45° . Найдите объем конуса.

№2. Двугранный угол при основании правильной четырехугольной пирамиды равен α . Высота пирамиды равна H . Найдите объем конуса, вписанного в пирамиду.

№3. Основание прямой призмы равнобедренный треугольник с боковой стороной и углом при основании α . Диагональ боковой грани, содержащей основание треугольника, образует с боковым ребром угла β . Найдите объем цилиндра, вписанного в призму.

Вариант 1

ОТВЕТ 1: $\frac{8a^3}{3\sqrt{3}}\pi$

ОТВЕТ 2: $\frac{\pi l^3 \sin^2 \alpha \cos \alpha}{6}$

ОТВЕТ 3: $\frac{\pi a^3 \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}{36}$

Вариант 2

ОТВЕТ 1: $\frac{\pi a^3}{\cos^2 \alpha}$

ОТВЕТ 2: $\frac{\pi H^3}{3 \operatorname{tg}^2 \alpha}$

ОТВЕТ 3: $\frac{2\pi b^3 \sin^2 \alpha \operatorname{tg} \beta}{9}$

Контрольная работа "Площади поверхности и объемы круглых тел"

Вариант 1

№1. Осевое сечение цилиндра — квадрат, диагональ которого 4 см. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

№2. Радиус основания конуса равен 6 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 60° . Найдите площадь сечения, проходящего через две образующие, угол между которыми равен 45° и площадь боковой поверхности конуса.

№3. Диаметр шара равен d . Через конец диаметра проведена плоскость под углом 45° к нему. Найдите площадь сечения шара этой плоскостью.

№4. Длина линии пересечения сферы и плоскости, проходящей через конец диаметра под углом 60° к нему, равна 5π см². Найдите диаметр сферы.

№5. Через вершину конуса проведена плоскость, пересекающая основание по хорде, длина которой равна 5 см, и стягивающей дугу 90° . Плоскость сечения составляет с плоскостью основания угол 60° . Найдите площадь боковой поверхности конуса.

Вариант 2

№1. Осевое сечение цилиндра — квадрат, площадь основания цилиндра равна 16π см². Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

№2. Высота конуса равна 6 см, угол при вершине осевого сечения равен 90° . Найдите площадь боковой поверхности конуса.

№3. Площадь сечения шара плоскостью, проведенной через конец диаметра под углом 30° к нему, равна 75π см². Найдите диаметр шара.

№4. Диаметр шара равен d . Через конец диаметра проведена плоскость под углом 30° к нему. Найдите длину линии пересечения сферы и плоскости.

№5. В цилиндре проведена плоскость, параллельная оси и отсекающая от окружности основания дугу в 120° . Диагональ сечения равна 20 см и удалена от оси на 3 см. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

Вариант 1

ОТВЕТ 1: 8π см²

ОТВЕТ 2: $36\sqrt{2}\pi$ см², 72 см²

ОТВЕТ 3: $\frac{1}{8}\pi d^2$ см²

ОТВЕТ 4: 10 см

ОТВЕТ 5: $\frac{25\sqrt{10}\pi}{4}$ см²

Вариант 2

ОТВЕТ 1: 64π см²

ОТВЕТ 2: $36\sqrt{2}\pi$ см²

ОТВЕТ 3: 20 см

OTBET 4: $\frac{\pi d \sqrt{3}}{2}$ CM

OTBET 5: $24 \sqrt{73} \pi$ CM²

Итоговая контрольная работа

Вариант 1

№1. Середины сторон $\triangle ABC$ имеют координаты: $M(3; -2; 5)$, $N(3,5; -1; 6)$, $K(-1,5; 1; 2)$. Найдите координаты вершин $\triangle ABC$.

№2. Вычислите скалярное произведение векторов m и n , если $m = a + 2b - c$, $n = 2a - b$, $|a| = 2$, $|b| = 3$, $(a, b) = 60^\circ$, $c \perp a$, $c \perp b$.

№3. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 4, точка K — середина бокового ребра AS .

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точку K , параллельной прямым SB и BC .

б) Найдите площадь сечения.

№4. Образующая конуса l наклонена к плоскости основания под углом в 30° . Найти высоту конуса и площадь осевого сечения.

№5. Плоскость, проходящая через центр нижнего основания цилиндра под углом α к основанию, пересекает верхнее основание по хорде, равной b и стягивающей дугу β . Найдите высоту цилиндра.

Вариант 2

№1. Середины сторон $\triangle ABC$ имеют координаты: $M(3; -2; -4)$, $N(-6; 4; -10)$, $K(-7; 2; -12)$. Найдите координаты вершин $\triangle ABC$.

№2. Вычислите скалярное произведение векторов m и n , если $m = 2a - b + c$, $n = a - 2b$, $|a| = 3$, $|b| = 2$, $(a, b) = 60^\circ$, $c \perp a$, $c \perp b$.

№3. В правильной четырехугольной пирамиде $PABCD$, все ребра которой равны 8, точка K — середина бокового ребра AP .

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точку K , параллельной прямым PB и BC .

б) Найдите площадь сечения.

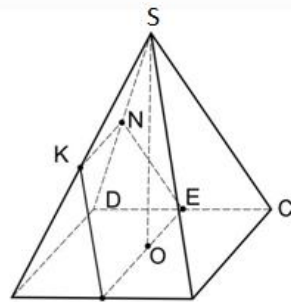
№4. Радиус основания конуса равен 3 м, а высота 4 м. Найти образующую и площадь осевого сечения.

№5. В конусе проведено сечение плоскостью, проходящей через вершину конуса. Найдите его площадь, если радиус конуса r , угол между сечением и основанием 60° , угол между образующей и основанием 45° .

Вариант 1

ОТВЕТ 1: $A(-2; 0; 1), B(8; -4; 9), C(-1; 2; 3)$.

ОТВЕТ 2: -1.



ОТВЕТ 3: $A \quad M \quad B \quad ; 3\sqrt{3}$.

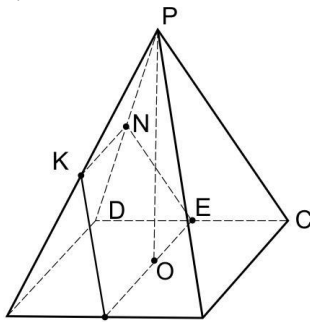
ОТВЕТ 4: $0,5 \ell; 0,25 \ell^2 \sqrt{3}$

ОТВЕТ 5: $\frac{1}{2} b \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \beta / 2$

Вариант 2

ОТВЕТ 1: $A(2; -4; -6), B(4; 0; -2), C(-16; 8; -18)$.

ОТВЕТ 2: 11.



ОТВЕТ 3: $A \quad M \quad B \quad ; 12\sqrt{3}$.

ОТВЕТ 4: 5 м; 12 м

ОТВЕТ 5: $\frac{2}{3} r^2 \sqrt{2}$ кв. ед.