

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Министерство образования и науки Удмуртской Республики**

**БОУ УР "Столичный Лицей"**

**УТВЕРЖДЕНО**

Директор

\_\_\_\_\_ Пухарева Е.А.

Приказ №182 от 31.08.2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

(ID 2824946)

**учебного предмета «Вероятность и статистика. Углубленный уровень»**

для обучающихся 10-11 классов

**Ижевск 2023**

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебный курс «Вероятность и статистика» углублённого уровня является продолжением и развитием одноименного учебного курса углублённого уровня на уровне среднего общего образования. Учебный курс предназначен для формирования у обучающихся статистической культуры и понимания роли теории вероятностей как математического инструмента для изучения случайных событий, величин и процессов. При изучении курса обогащаются представления обучающихся о методах исследования изменчивого мира, развивается понимание значимости и общности математических методов познания как неотъемлемой части современного естественно-научного мировоззрения.

Содержание учебного курса направлено на закрепление знаний, полученных при изучении курса на уровне основного общего образования, и на развитие представлений о случайных величинах и взаимосвязях между ними на важных примерах, сюжеты которых почерпнуты из окружающего мира. В результате у обучающихся должно сформироваться представление о наиболее употребительных и общих математических моделях, используемых для описания антропометрических и демографических величин, погрешностей в различных рода измерениях, длительности безотказной работы технических устройств, характеристик массовых явлений и процессов в обществе. Учебный курс является базой для освоения вероятностно-статистических методов, необходимых специалистам не только инженерных специальностей, но также социальных и психологических, поскольку современные общественные науки в значительной мере используют аппарат анализа больших данных. Центральную часть учебного курса занимает обсуждение закона больших чисел – фундаментального закона природы, имеющего математическую формализацию.

В соответствии с указанными целями в структуре учебного курса «Вероятность и статистика» на углублённом уровне выделены основные содержательные линии: «Случайные события и вероятности» и «Случайные величины и закон больших чисел».

Помимо основных линий в учебный курс включены элементы теории графов и теории множеств, необходимые для полноценного освоения материала данного учебного курса и смежных математических учебных курсов.

Содержание линии «Случайные события и вероятности» служит основой для формирования представлений о распределении вероятностей между значениями случайных величин. Важную часть в этой содержательной линии занимает изучение геометрического и биномиального распределений и

знакомство с их непрерывными аналогами – показательным и нормальным распределениями.

Темы, связанные с непрерывными случайными величинами и распределениями, акцентируют внимание обучающихся на описании и изучении случайных явлений с помощью непрерывных функций. Основное внимание уделяется показательному и нормальному распределениям.

В учебном курсе предусматривается ознакомительное изучение связи между случайными величинами и описание этой связи с помощью коэффициента корреляции и его выборочного аналога. Эти элементы содержания развивают тему «Диаграммы рассеивания», изученную на уровне основного общего образования, и во многом опираются на сведения из курсов алгебры и геометрии.

Ещё один элемент содержания, который предлагается на ознакомительном уровне – последовательность случайных независимых событий, наступающих в единицу времени. Ознакомление с распределением вероятностей количества таких событий носит развивающий характер и является актуальным для будущих абитуриентов, поступающих на учебные специальности, связанные с общественными науками, психологией и управлением.

На изучение учебного курса «Вероятность и статистика» на углубленном уровне отводится 68 часов: в 10 классе – 34 часа (1 час в неделю), в 11 классе – 34 часа (1 час в неделю).

## **СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ**

### **10 КЛАСС**

Граф, связный граф, пути в графе: циклы и цепи. Степень (валентность) вершины. Графы на плоскости. Деревья.

Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Близость частоты и вероятности событий. Случайные опыты с равновозможными элементарными событиями.

Операции над событиями: пересечение, объединение, противоположные события. Диаграммы Эйлера. Формула сложения вероятностей.

Условная вероятность. Умножение вероятностей. Дерево случайного эксперимента. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимые события.

Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Перестановки и факториал. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона.

Серия независимых испытаний Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности.

Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Операции над случайными величинами. Бинарная случайная величина. Примеры распределений, в том числе геометрическое и биномиальное.

### **11 КЛАСС**

Совместное распределение двух случайных величин. Независимые случайные величины.

Математическое ожидание случайной величины (распределения). Примеры применения математического ожидания (страхование, лотерея). Математическое ожидание бинарной случайной величины. Математическое ожидание суммы случайных величин. Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений.

Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины (распределения). Дисперсия бинарной случайной величины. Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин. Дисперсия и стандартное отклонение биномиального распределения. Дисперсия и стандартное отклонение геометрического распределения.

Неравенство Чебышёва. Теорема Чебышёва. Теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод исследований. Выборочные характеристики. Оценивание вероятности события по выборочным данным. Проверка простейших гипотез с помощью изученных распределений.

Непрерывные случайные величины. Примеры. Функция плотности вероятности распределения. Равномерное распределение и его свойства. Задачи, приводящие к показательному распределению. Задачи, приводящие к нормальному распределению. Функция плотности вероятности показательного распределения, функция плотности вероятности нормального распределения. Функция плотности и свойства нормального распределения.

Последовательность одиночных независимых событий. Задачи, приводящие к распределению Пуассона.

Ковариация двух случайных величин. Коэффициент линейной корреляции. Совместные наблюдения двух величин. Выборочный коэффициент корреляции. Различие между линейной связью и причинно-следственной связью. Линейная регрессия, метод наименьших квадратов.

# **ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА» (УГЛУБЛЕННЫЙ УРОВЕНЬ) НА УРОВНЕ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

## **ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

### **1) гражданского воспитания:**

сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и другое), умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;

### **2) патриотического воспитания:**

сформированность российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы, использование этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики;

### **3) духовно-нравственного воспитания:**

осознание духовных ценностей российского народа, сформированность нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного, осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;

### **4) эстетического воспитания:**

эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства;

### **5) физического воспитания:**

сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), физическое совершенствование при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;

### **б) трудового воспитания:**

готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и

самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности;

**7) экологического воспитания:**

сформированность экологической культуры, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознание глобального характера экологических проблем, ориентация на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирование поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды;

**8) ценности научного познания:**

сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

## **МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

### **Познавательные универсальные учебные действия**

**Базовые логические действия:**

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные суждения и выводы;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

**Базовые исследовательские действия:**

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

### **Работа с информацией:**

выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;

выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;

оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

## **Коммуникативные универсальные учебные действия**

### **Общение:**

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

## **Регулятивные универсальные учебные действия**

### **Самоорганизация:**



составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

#### **Самоконтроль, эмоциональный интеллект:**

владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

#### **Совместная деятельность:**

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

## **ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

К концу **10 класса** обучающийся научится:

свободно оперировать понятиями: граф, плоский граф, связный граф, путь в графе, цепь, цикл, дерево, степень вершины, дерево случайного эксперимента;

свободно оперировать понятиями: случайный эксперимент (опыт), случайное событие, элементарное случайное событие (элементарный исход) случайного опыта, находить вероятности событий в опытах с равновероятными элементарными событиями;

находить и формулировать события: пересечение, объединение данных событий, событие, противоположное данному, использовать диаграммы Эйлера, координатную прямую для решения задач, пользоваться формулой сложения вероятностей для вероятностей двух и трех случайных событий;

оперировать понятиями: условная вероятность, умножение вероятностей, независимые события, дерево случайного эксперимента, находить вероятности событий с помощью правила умножения, дерева случайного опыта, использовать формулу полной вероятности, формулу Байеса при решении задач, определять независимость событий по формуле и по организации случайного эксперимента;

применять изученные комбинаторные формулы для перечисления элементов множеств, элементарных событий случайного опыта, решения задач по теории вероятностей;

свободно оперировать понятиями: бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача, независимые испытания, серия испытаний, находить вероятности событий: в серии испытаний до первого успеха, в серии испытаний Бернулли, в опыте, связанном со случайным выбором из конечной совокупности;

свободно оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, диаграмма распределения, бинарная случайная величина, геометрическое, биномиальное распределение.

К концу **11 класса** обучающийся научится:

оперировать понятиями: совместное распределение двух случайных величин, использовать таблицу совместного распределения двух случайных величин для выделения распределения каждой величины, определения независимости случайных величин;

свободно оперировать понятием математического ожидания случайной величины (распределения), применять свойства математического ожидания при решении задач, вычислять математическое ожидание биномиального и геометрического распределений;

свободно оперировать понятиями: дисперсия, стандартное отклонение случайной величины, применять свойства дисперсии случайной величины (распределения) при решении задач, вычислять дисперсию и стандартное отклонение геометрического и биномиального распределений;

вычислять выборочные характеристики по данной выборке и оценивать характеристики генеральной совокупности данных по выборочным характеристикам. Оценивать вероятности событий и проверять простейшие статистические гипотезы, пользуясь изученными распределениями.

## ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

### 10 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов			Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Элементы теории графов	3		0	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Российская электронная школа: <a href="https://resh.edu.ru/subject/51/">https://resh.edu.ru/subject/51/</a></li> <li>2. Курсы: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov">https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov</a></li> <li>3. Курсы Skysmart: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery">https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery</a></li> <li>4. Сайт «Лаборатория теории вероятностей»: <a href="http://ptlab.mccme.ru">http://ptlab.mccme.ru</a></li> </ol>
2	Случайные опыты, случайные события и вероятности событий	3		0	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Российская электронная школа: <a href="https://resh.edu.ru/subject/51/">https://resh.edu.ru/subject/51/</a></li> <li>2. Курсы: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov">https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov</a></li> <li>3. Курсы Skysmart: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery">https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery</a></li> <li>4. Сайт «Лаборатория теории вероятностей»: <a href="http://ptlab.mccme.ru">http://ptlab.mccme.ru</a></li> </ol>
3	Операции над множествами и событиями. Сложение и умножение вероятностей.	5		0	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Российская электронная школа: <a href="https://resh.edu.ru/subject/51/">https://resh.edu.ru/subject/51/</a></li> <li>2. Курсы: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov">https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov</a></li> <li>3. Курсы</li> </ol>

	Условная вероятность. Независимые события				Skysmart: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery">https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery</a> 4. Сайт «Лаборатория теории вероятностей»: <a href="http://ptlab.mccme.ru">http://ptlab.mccme.ru</a>
4	Элементы комбинаторики	4	1	0	1. Российская электронная школа: <a href="https://resh.edu.ru/subject/51/">https://resh.edu.ru/subject/51/</a> 2. Курсы: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov">https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov</a> 3. Курсы Skysmart: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery">https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery</a> 4. Сайт «Лаборатория теории вероятностей»: <a href="http://ptlab.mccme.ru">http://ptlab.mccme.ru</a>
5	Серии последовательных испытаний. Испытания Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности	5		0	1. Российская электронная школа: <a href="https://resh.edu.ru/subject/51/">https://resh.edu.ru/subject/51/</a> 2. Курсы: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov">https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov</a> 3. Курсы Skysmart: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery">https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery</a> 4. Сайт «Лаборатория теории вероятностей»: <a href="http://ptlab.mccme.ru">http://ptlab.mccme.ru</a>
6	Случайные величины и распределения	14	1	0	1. Российская электронная школа: <a href="https://resh.edu.ru/subject/51/">https://resh.edu.ru/subject/51/</a> 2. Курсы: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov">https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov</a> 3. Курсы Skysmart: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery">https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery</a>

					veroyatnostej-formuly-i-primery 4. Сайт «Лаборатория теории вероятностей»: <a href="http://ptlab.mccme.ru">http://ptlab.mccme.ru</a>
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	2	0	

## 11 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов			Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Закон больших чисел	5		0	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Российская электронная школа: <a href="https://resh.edu.ru/subject/51/">https://resh.edu.ru/subject/51/</a></li> <li>2. Курсы: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovny-e-ponyatiya-teorii-grafov">https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovny-e-ponyatiya-teorii-grafov</a></li> <li>3. Курсы Skysmart: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery">https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery</a></li> <li>4. Сайт «Лаборатория теории вероятностей»: <a href="http://ptlab.mccme.ru">http://ptlab.mccme.ru</a></li> </ol>
2	Элементы математической статистики	6		0	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Российская электронная школа: <a href="https://resh.edu.ru/subject/51/">https://resh.edu.ru/subject/51/</a></li> <li>2. Курсы: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovny-e-ponyatiya-teorii-grafov">https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovny-e-ponyatiya-teorii-grafov</a></li> <li>3. Курсы Skysmart: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery">https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery</a></li> <li>4. Сайт «Лаборатория теории вероятностей»: <a href="http://ptlab.mccme.ru">http://ptlab.mccme.ru</a></li> </ol>
3	Непрерывные случайные величины (распределения), показательное и нормальное распределения	4		0	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Российская электронная школа: <a href="https://resh.edu.ru/subject/51/">https://resh.edu.ru/subject/51/</a></li> <li>2. Курсы: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovny-e-ponyatiya-teorii-grafov">https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovny-e-ponyatiya-teorii-grafov</a></li> <li>3. Курсы Skysmart: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery">https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery</a></li> </ol>

					<p><a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery">//skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery</a> 4. Сайт «Лаборатория теории вероятностей»: <a href="http://ptlab.mccme.ru">http://ptlab.mccme.ru</a></p>
4	Распределение Пуассона	2		0	<p>1. Российская электронная школа: <a href="https://resh.edu.ru/subject/51/">https://resh.edu.ru/subject/51/</a> 2. Курсы: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnyeponyatiya-teorii-grafov">https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnyeponyatiya-teorii-grafov</a> 3. Курсы Skysmart: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery">https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery</a> 4. Сайт «Лаборатория теории вероятностей»: <a href="http://ptlab.mccme.ru">http://ptlab.mccme.ru</a></p>
5	Связь между случайными величинами	6		0	<p>1. Российская электронная школа: <a href="https://resh.edu.ru/subject/51/">https://resh.edu.ru/subject/51/</a> 2. Курсы: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnyeponyatiya-teorii-grafov">https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnyeponyatiya-teorii-grafov</a> 3. Курсы Skysmart: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery">https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery</a> 4. Сайт «Лаборатория теории вероятностей»: <a href="http://ptlab.mccme.ru">http://ptlab.mccme.ru</a></p>
6	Обобщение и систематизация знаний	11	1	0	<p>1. Российская электронная школа: <a href="https://resh.edu.ru/subject/51/">https://resh.edu.ru/subject/51/</a> 2. Курсы: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnyeponyatiya-teorii-grafov">https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnyeponyatiya-teorii-grafov</a> 3. Курсы Skysmart: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery">https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery</a> 4. Сайт «Лаборатория теории вероятностей»: <a href="http://ptlab.mccme.ru">http://ptlab.mccme.ru</a></p>

					<a href="http://ptlab.mccme.ru">http://ptlab.mccme.ru</a>
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ	34	1	0		



# ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

## 10 КЛАСС

№ п/ п	Тема урока	Количество часов			Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Всего	Контроль ные работы	Практичес кие работы	
1	Граф, связный граф, представление задачи с помощью графа	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov">https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov</a>
2	Степень (валентность) вершины. Путь в графе. Цепи и циклы	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov">https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov</a>
3	Графы на плоскости. Дерево случайного эксперимента	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov">https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov</a>
4	Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы)	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a> <a href="https://resh.edu.ru/subject/51">https://resh.edu.ru/subject/51</a>
5	Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновероятными	1		0	1. Российская электронная школа: <a href="https://resh.edu.ru/subject/51/">https://resh.edu.ru/subject/51/</a> 2. Курсы: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov">https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov</a> 3. Курсы Skysmart: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov">https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov</a>

	элементарными событиями				//skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery 4. Сайт «Лаборатория теории вероятностей»: <a href="http://ptlab.mccme.ru">http://ptlab.mccme.ru</a>
6	Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновероятными элементарными событиями	1		0	1. Российская электронная школа: <a href="https://resh.edu.ru/subject/51/">https://resh.edu.ru/subject/51/</a> 2. Курсы: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov">https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov</a> 3. Курсы Skysmart: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery">https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery</a> 4. Сайт «Лаборатория теории вероятностей»: <a href="http://ptlab.mccme.ru">http://ptlab.mccme.ru</a>
7	Пересечение, объединение множеств и событий, противоположные события. Формула сложения вероятностей	1		0	1. Российская электронная школа: <a href="https://resh.edu.ru/subject/51/">https://resh.edu.ru/subject/51/</a> 2. Курсы: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov">https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov</a> 3. Курсы Skysmart: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery">https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery</a> 4. Сайт «Лаборатория теории вероятностей»: <a href="http://ptlab.mccme.ru">http://ptlab.mccme.ru</a>
8	Условная вероятность. Умножение вероятностей. Формула условной вероятности	1		0	1. Российская электронная школа: <a href="https://resh.edu.ru/subject/51/">https://resh.edu.ru/subject/51/</a> 2. Курсы: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov">https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov</a> 3. Курсы Skysmart: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery">https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery</a>

					<p>//skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery</p> <p>4. Сайт «Лаборатория теории вероятностей»: <a href="http://ptlab.mccme.ru">http://ptlab.mccme.ru</a></p>
9	Условная вероятность. Умножение вероятностей. Формула условной вероятности	1		0	<p>1. Российская электронная школа: <a href="https://resh.edu.ru/subject/51/">https://resh.edu.ru/subject/51/</a></p> <p>2. Курсы: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov">https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov</a></p> <p>3. Курсы Skysmart: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery">https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery</a></p> <p>4. Сайт «Лаборатория теории вероятностей»: <a href="http://ptlab.mccme.ru">http://ptlab.mccme.ru</a></p>
10	Формула полной вероятности	1		0	<p>1. Российская электронная школа: <a href="https://resh.edu.ru/subject/51/">https://resh.edu.ru/subject/51/</a></p> <p>2. Курсы: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov">https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov</a></p> <p>3. Курсы Skysmart: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery">https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery</a></p> <p>4. Сайт «Лаборатория теории вероятностей»: <a href="http://ptlab.mccme.ru">http://ptlab.mccme.ru</a></p>
11	Формула Байеса. Независимые события	1		0	<p><a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a></p>
12	Комбинаторное правило умножения. Перестановки и	1		0	<p><a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a></p>

	факториал				
13	Число сочетаний. Треугольник Паскаля	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
14	Формула бинома Ньютона	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
15	Контрольная работа №1: "Графы, вероятности, множества, комбинаторика"	1	1		
16	Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
17	Серия независимых испытаний до первого успеха	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
18	Серия независимых испытаний Бернулли	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
19	Случайный выбор из конечной совокупности	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>

20	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
21	Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения	1		0	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Российская электронная школа: <a href="https://resh.edu.ru/subject/51/">https://resh.edu.ru/subject/51/</a></li> <li>2. 2. Курсы: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov">https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov</a></li> <li>3. 3. Курсы Skysmart: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery">https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery</a></li> <li>4. 4. Сайт «Лаборатория теории вероятностей»: <a href="http://ptlab.mccme.ru">http://ptlab.mccme.ru</a></li> </ol>
22	Операции над случайными величинами. Примеры распределений. Бинарная случайная величина	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
23	Геометрическое распределение. Биномиальное распределение	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
24	Математическое ожидание случайной величины. Совместное распределение двух	1		0	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Российская электронная школа: <a href="https://resh.edu.ru/subject/51/">https://resh.edu.ru/subject/51/</a></li> <li>2. Курсы: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov">https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov</a></li> <li>3. Курсы Skysmart: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery">https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery</a></li> </ol>

	случайных величин				//skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery 4. Сайт «Лаборатория теории вероятностей»: <a href="http://ptlab.mccme.ru">http://ptlab.mccme.ru</a>
25	Независимые случайные величины. Свойства математического ожидания. Математическое ожидание бинарной случайной величины	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
26	Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
27	Дисперсия и стандартное отклонение	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
28	Дисперсия бинарной случайной величины. Свойства дисперсии	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
29	Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>

	случайных величин				
30	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
31	Дисперсия биномиального распределения. Практическая работа с использованием электронных таблиц	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
32	Обобщение и систематизация знаний	1		0	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Российская электронная школа: <a href="https://resh.edu.ru/subject/51/">https://resh.edu.ru/subject/51/</a></li> <li>2. Курсы: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov">https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov</a></li> <li>3. Курсы Skysmart: <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery">https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery</a></li> <li>4. Сайт «Лаборатория теории вероятностей»: <a href="http://ptlab.mccme.ru">http://ptlab.mccme.ru</a></li> </ol>
33	Контрольная работа №2: "Испытания Бернулли. Случайные величины и распределения"	1	1		
34	Обобщение и систематизация знаний	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>

ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ	34	2	0
--	----	---	---



## 11 КЛАСС

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a> <a href="https://resh.edu.ru/subject/51">https://resh.edu.ru/subject/51</a>
2	Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a> <a href="https://resh.edu.ru/subject/51">https://resh.edu.ru/subject/51</a>
3	Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел	1		0	<a href="https://resh.edu.ru/subject/51">https://resh.edu.ru/subject/51</a> <a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
4	Выборочный метод исследований	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
5	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
6	Генеральная совокупность и случайная выборка. Знакомство с выборочными характеристиками. Оценка среднего и дисперсии генеральной совокупности с помощью выборочных характеристик	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
7	Генеральная совокупность и случайная выборка. Знакомство с выборочными характеристиками. Оценка среднего и дисперсии генеральной совокупности с помощью выборочных характеристик	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
8	Оценивание вероятностей событий по	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>

	выборке				
9	Статистическая гипотеза. Проверка простейших гипотез с помощью свойств изученных распределений	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
10	Статистическая гипотеза. Проверка простейших гипотез с помощью свойств изученных распределений	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
11	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
12	Примеры непрерывных случайных величин. Функция плотности вероятности	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
13	Равномерное распределение. Примеры задач, приводящих к показательному и к нормальному распределениям	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
14	Функция плотности вероятности показательного распределения	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
15	Функция плотности вероятности нормального распределения	1		0	<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
16	Последовательность одиночных независимых событий. Пример задачи, приводящей к распределению Пуассона	1			<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
17	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1			<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
18	Ковариация двух случайных величин. Коэффициент корреляции	1			<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
19	Совместные наблюдения двух величин	1			<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>

20	Выборочный коэффициент корреляции	1			<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
21	Различие между линейной связью и причинно-следственной связью	1			<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
22	Линейная регрессия	1			<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
23	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1			<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
24	Представление данных с помощью таблиц и диаграмм, описательная статистика	1			<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
25	Опыты с равновозможными элементарными событиями	1			<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
26	Вычисление вероятностей событий с применением формул	1			<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
27	Вычисление вероятностей событий с применением графических методов: координатная прямая, дерево, диаграмма Эйлера	1			<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
28	Случайные величины и распределения	1			<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
29	Математическое ожидание случайной величины	1			<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
30	Математическое ожидание случайной величины	1			<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
31	Контрольная работа: "Вероятность и статистика"	1	1		
32	Вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов	1			<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
33	Вычисление вероятностей событий с	1			<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>

	применением формул и графических методов				
34	Случайные величины и распределения. Математическое ожидание случайной величины	1			<a href="https://skysmart.ru/articles/mathematic">https://skysmart.ru/articles/mathematic</a>
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	1	0	

## **УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧЕНИКА**

Теория вероятностей и статистика / Ю. Н. Тюрин, А. А. Макаров, И. Р. Высоцкий, И. В. Ященко. — М.: МЦНМО: АО «Московские учебники», 2014. — 256 с.: ил.

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ**

Элементы комбинаторики и теории вероятностей. Подготовка к ЕГЭ: учебно-методическое пособие/ А.А. Селищева; под ред. Н.С. Сажневой. — Донской: МБОУ «СОШ №3 им. Страховой З.Х.», 2021. — 68 с. — (ЕГЭ).

## **ЦИФРОВЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ И РЕСУРСЫ СЕТИ ИНТЕРНЕТ**

1. Российская электронная школа: <https://resh.edu.ru/subject/51/>
2. Курсы: <https://skysmart.ru/articles/mathematic/osnovnye-ponyatiya-teorii-grafov>
3. Курсы Skysmart: <https://skysmart.ru/articles/mathematic/teoriya-veroyatnostej-formuly-i-primery>
4. Сайт «Лаборатория теории вероятностей»: <http://ptlab.mccme.ru>
5. Федеральный институт педагогических измерений: <https://fipi.ru>
6. Открытый банк заданий ЕГЭ: <http://fipi.ru/content/otkrytyy-bank-zadaniy-ege>
7. Интернет- проект "Задачи": <https://www.problems.ru>
8. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов: <http://school-collection.edu.ru/>

## Контрольно-измерительные материалы

### 10 КЛАСС

№	Название	Количество часов
1	Контрольная работа №1: "Графы, вероятности, множества, комбинаторика"	1
2	Контрольная работа №2: "Испытания Бернулли. Случайные величины и распределения"	1
		2

### 11 КЛАСС

№	Название	Количество часов
1	Контрольная работа: "Вероятность и статистика"	1
		1

[https://www.matburo.ru/ex\\_tv.php?p1=tvbernul](https://www.matburo.ru/ex_tv.php?p1=tvbernul)

#### Критерии оценивания:

Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач;

оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы и может применять полученные знания по образцу;

оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он не знает большей части основного содержания учебной программы, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.

#### Требования к оформлению:

При оформлении работ должны быть указаны № работы, дата выполнения, вариант. В задачах должно быть прописано следующее: дано(условия задачи), выполнен рисунок (если требуется); найти; решение и ответ.

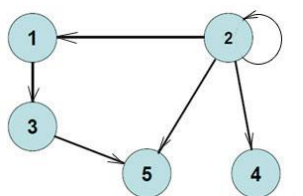
## 10 КЛАСС

### Контрольная работа №1: "Графы, вероятности, множества, комбинаторика"

#### Вариант 1

№1. Пусть  $A$  - множество чисел 1, 2, 3:  $A = \{1, 2, 3\}$ . Построить граф для отображения отношения " $<$ " ("меньше") на этом множестве.

№2. Построить матрицу смежности для графа:



№3. Иван Иванович купил билет «Спортлото 5 из 36». Он должен зачеркнуть ровно 5 номеров из 36. Сколько существует способов это сделать?

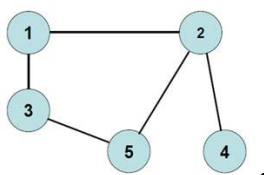
№4. В классе 25 учеников. Сколькими способами учитель может выбрать в этом классе для опроса: а) 5 разных учеников; б) 6 разных учеников; в) 20 разных учеников?

№5. Иван Иванович обещал позвонить Ивану Никифоровичу между 15:00 и 16:00. Известно, что Иван Иванович всегда держит свое слово. А вот Ивану Никифоровичу, который ждал у телефона звонка, пришлось отлучиться на 10 минут. Найдите вероятность того, что звонок Ивана Ивановича застал Ивана Никифоровича у телефона.

#### Вариант 2

№1. Пусть  $A$  - множество чисел 2, 4, 6, 14:  $A = \{2, 4, 6, 14\}$ . Построить граф для отображения отношения "делится нацело на" на этом множестве.

№2. Построить матрицу смежности и матрицу инцидентности для графа:



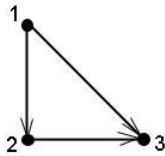
№3. Иван Никифорович купил билет «Лотто 6 из 49». Он должен зачеркнуть ровно 6 номеров из 49. Сколько существует способов это сделать?

№4. Муха ползет по решетке размером  $3 \times 3$  из точки А в точку В (см. рис. 2), двигаясь все время вправо или вниз. Сколько различных маршрутов может выбрать муха?

№5. Про село Иваново известно только, что оно находится где-то на шоссе между Миргородом и Старгородом. Длина шоссе равна 200 км. Найдите вероятность того, что: а) от Миргорода до Иваново по шоссе меньше 20 км; б) от Старгорода до Иваново по шоссе больше 130 км, в) Иваново находится менее чем в 5 км от середины пути между городами.

## Вариант 1

**ОТВЕТ 1:** Очевидно, что числа 1, 2, 3 следует представить в виде вершин графа. Тогда каждую пару вершин должно соединять одно ребро. Одно число меньше другого, но не наоборот. Поэтому соответствующее ребро графа должно иметь направление, показывающее, какое всё же число меньше другого. То есть, порядок концов ребра существенен. В множестве A число 1 меньше числа 2 и числа 3, а число 2 меньше числа 3 следовательно:



**ОТВЕТ 2:**

V	1	2	3	4	5
1	0	1	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	1	0	0	0	0
4	0	1	0	0	0
5	0	1	1	0	0

V	1-2	1-3	2-2	2-4	2-5	3-5
1	1	-1	0	0	0	0
2	-1	0	1	-1	-1	0
3	0	1	0	0	0	-1
4	0	0	0	1	0	0
5	0	0	0	0	1	1

**ОТВЕТ 3:** Воспользуемся формулой сочетаний:  $C_{36}^5 = 36! / (5! * 31!) = 8 * 11 * 17 * 7 = 10472$  способа.

**ОТВЕТ 4:а)**  $C_{25}^5 = 25! / (5! * 20!) = 25 * 24 * 23 * 22 * 21 / (1 * 2 * 3 * 4 * 5) = 53130$  вариантов

Надо найти количество сочетаний из 25 человек по 5

б)  $C_{25}^6 = 25! / (6! * (25-6)!) = 25 * 24 * 23 * 22 * 21 * 20 / (2 * 3 * 4 * 5 * 6) = 177100$

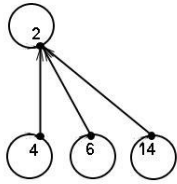
в)  $C_{25}^{20} = 25! / (20! * 5!) = 53130$

**ОТВЕТ 5:** Получается, что отрезок равный одному часу (60 минут), на нем отмечены те 10 минут, во время которых не было Ивана Никифоровича у телефона.  $60-10=50$ .  $P=(b-a)/(n-m)=(60-10)/60=5/6$  Ответ:  $P=5/6$

## Вариант 2

**ОТВЕТ 1:** Часть рёбер будут иметь направление, а некоторые не будут, то есть строим [смешанный граф](#). Перечислим отношения на множестве: 4 делится нацело на 2, 6 делится нацело на 2, 14 делится нацело на 2, и ещё каждое число из этого множества делится нацело на само себя. Это отношение, то есть когда число делится нацело на само себя, будем отображать в виде петель без направления. Получается три обычных направленных ребра и четыре петли:





**OTBET 2:**

V	1	2	3	4	5
1	0	1	1	0	0
2	1	0	0	1	1
3	1	0	0	0	1
4	0	1	0	0	0
5	0	1	1	0	0

V	1-2	1-3	2-4	2-5	3-5
1	1	1	0	0	0
2	1	0	1	1	0
3	0	1	0	0	1
4	0	0	1	0	0
5	0	0	0	1	1

**ОТВЕТ 3:** Когда Иван Никифорович выбирает, какое число ему зачеркнуть в первую очередь, он выбирает из 49 вариантов. Второе число уже из 48 оставшихся вариантов и т.д. Кроме того, нужно учесть возможные повторы ввиду перестановки одних и тех же чисел. Тогда общее количество способов равно:  $N = (49 * 48 * 47 * 46 * 45 * 44) : (1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6) = 13983816$ .

**ОТВЕТ 4:** Как бы ни ползла муха, она должна сделать всего 6 шагов: три «шага» вправо (П) и три шага вниз (Н). Маршрут мухи можно записать в виде последовательности шести букв. Например, ПНПННП. Таким образом, вопрос сводится к тому, сколько существует способов расставить три буквы П в последовательности шести букв.  $C_6^3 = 20$ .

**ОТВЕТ 5:**

а) 20 (км), вероятность  $20:200=0.1$

б)  $200-130=70$ (км), вероятность  $70:200=0.35$

в) 5(км) от середины, вероятность  $5:100=0.05$

## Контрольная работа №2: "Испытания Бернулли. Случайные величины и распределения"

### Вариант 1

**№1.** Эксперимент состоит в 4 последовательных испытаниях Бернулли. Пользуясь обозначениями У для успеха и Н для неудачи, выпишите: а) все элементарные события, в которых ровно 1 успех; б) все элементарные события, в которых ровно 2 успеха; в) все элементарные события, в которых ровно 3 успеха.

**№2.** Миша кидает мяч в баскетбольную корзину. Вероятность попадания равна  $p = 1/3$ . Найдите вероятность того, что, сделав 5 бросков, Миша попадет в корзину только при втором и четвертом броске.

**№3.** В коробке лежат карандаши: 3 красных и 5 синих. Таким образом, всего карандашей 8. Вынем наудачу один карандаш. Если карандаш окажется красным, то назовем элементарное событие опыта успехом. Если карандаш синий, то будем считать, что опыт окончился неудачей. Такой опыт является испытанием Бернулли. Очевидно, вероятность успеха  $p$  равна  $3/8$ , а вероятность неудачи  $q$  равна  $5/8$ . Вынутый карандаш мы вернем в коробку. Повторим этот опыт 4 раза. При этом каждый следующий выбор не зависит от предыдущих. Таким образом, получаем серию из 4 испытаний Бернулли. Какова вероятность вынуть в первый, третий и четвертый раз красные карандаши, а во второй — синий?

**№4.** Чтобы быстрее подсчитать мелочь в конце рабочего дня, кассир заранее складывает рублевые монеты столбиками по десять монет в каждом. При этом каждая монета в столбике с равной вероятностью лежит решкой или орлом вверх. Сколько всего есть способов положить 10 монет в столбик так, чтобы ровно 4 из них лежали орлом вверх?

**№5.** Олегу задали 10 одинаковых по трудности задач. Вероятность того, что Олег решает задачу, равна 0,75. Найдите вероятность того, что Олег решит: а) все задачи; б) не менее 8 задач; в) не менее 6 задач.

### Вариант 2

**№1.** Эксперимент состоит из пяти последовательных испытаний Бернулли. Пользуясь обозначениями У для успеха и Н для неудачи, выпишите все элементарные события, в которых ровно: а) 1 успех; б) 2 успеха; в) 3 успеха; г) 4 успеха.

**№2.** На фабрике елочных игрушек производят электрические гирлянды. В готовую гирлянду рабочий последовательно вставляет 50 лампочек двух цветов — красные и синие, наудачу вынимая их из ящика, где очень много разных лампочек. Сколько он может сделать различных гирлянд, в которых 20 красных лампочек?

**№3.** В части А Единого государственного экзамена по математике в 2007 г. было 10 заданий. К каждому из них предлагается 4 варианта ответа, из которых ровно один —

верный. Успехом назовем выбор верного варианта ответа, неудачей — выбор одного из неверных. Если ученик не знает предмет и отвечает наугад, то с вероятностью  $1/4$  он выберет правильный ответ, а с вероятностью  $3/4$  — ошибется. Таким образом, для невежественного ученика экзамен превращается в серию испытаний Бернулли с вероятностью успеха  $p = 1/4$  и вероятностью неудачи  $q = 3/4$ . Какова вероятность, отвечая наугад, «правильно ответить» хотя бы на одно задание?

**№4.** Производят выстрелы в мишень с вероятностью попадания  $1/3$ . Всего производится 7 выстрелов. Какова вероятность попасть в мишень ровно 3 раза?

**№5.**

### Вариант 1

**ОТВЕТ 1:**

а) 1 успех

УНННН; НУННН; ННУНН; НННУН; ННННУ

б) 2 успеха

УУННН; УНУНН; УННУН; УНННУ;

НУУНН; НУНУН; НУННУ

ННУУН; ННУНУ

НННУУ

в) 3 успеха

ННУУУ; НУНУУ; НУУНУ; НУУУН;

УННУУ; УНУНУ; УНУУН

УУННУ; УУНУН

УУУНН

г) 4 успеха

НУУУУ; УНУУУ; УУНУУ; УУУНУ; УУУУН.

**ОТВЕТ 2:** Пусть событие А - "мяч попадет в корзину. Его вероятность  $1/3$ . Противоположным этому событию будет событие В - "мяч не попадет в корзину". Его вероятность  $1 - 1/3 = 2/3$ .

Найдем вероятность, что 2 раза попадет (2ой и 4ый) и 3 раза не попадет.  $P = 2/3 * 1/3 * 2/3 * 1/3 * 2/3 = 8/243$

**ОТВЕТ 3:** Событие имеет вид УНУУ. И вероятность его равна  $p^2 q^2 = p^2 q$ . Подставив известные значения, получим  $p^2 q = \left(\frac{3}{8}\right)^2 \frac{5}{8} = \frac{135}{4096} \approx 0,033$ .

**ОТВЕТ 4:** Положение каждой монеты внутри столбика можно считать испытанием Бернулли с успехом «монета орлом вверх». Серия из  $n = 10$  испытаний, число требуемых успехов  $k = 4$ . Задачу можно переформулировать так: сколько элементарных событий благоприятствует наступлению 4 успехов в 10 независимых испытаниях Бернулли?

Это число равно  $C_{10}^4 = 210$ .

**ОТВЕТ 5:** Остап Бендер играет 8 шахматных партий против членов шахматного клуба. Остап играет плохо, поэтому вероятность выигрыша им каждой партии равна 0,01. Найдите вероятность того, что Остап выиграет хотя бы одну партию.

$P(A) = P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ , где  $C_n^k$  – число элементарных событий с  $k$  успехами при проведении серии из  $n$  независимых испытаний Бернулли, вероятности успеха и неудачи в которых равны  $p$  и  $q$  соответственно

По условию  $n = 10$ ,  $p = 0,75$ ,  $q = 1 - p = 1 - 0,75 = 0,25$

а) событие  $A = \{\text{Олег решит все задачи}\}$

вероятность события  $A(k = 10)$ :

$$P(A) = P_{10}(10) = C_{10}^{10} \cdot 0,75^{10} \cdot 0,25^{10-10} = 1 \cdot 0,75^{10} \cdot 0,25^0 = 0,75^{10} \cdot 1 = 0,75^{10} \approx 0,0563$$

б) событие  $B = \{\text{Олег решит не менее 8 задач}\}$

вероятность того, что Олег не менее 8 задач, а значит 8, 9 или 10 задач:

$$\begin{aligned} P(B) &= P_{10}(8) + P_{10}(9) + P_{10}(10) = C_{10}^8 \cdot 0,75^8 \cdot 0,25^{10-8} + C_{10}^9 \cdot 0,75^9 \cdot 0,25^{10-9} + 0,75^{10} = \\ &= \frac{10!}{8!(10-8)!} \cdot 0,75^8 \cdot 0,25^2 + \frac{10!}{9!(10-9)!} \cdot 0,75^9 \cdot 0,25^1 + 0,75^{10} = \frac{8! \cdot 9 \cdot 10}{8! \cdot 2!} \cdot 0,75^8 \cdot 0,25^2 + \\ &+ \frac{9! \cdot 10}{9! \cdot 1!} \cdot 0,75^9 \cdot 0,25 + 0,75^{10} = \frac{90}{1 \cdot 2} \cdot 0,75^8 \cdot 0,25^2 + \frac{10}{1} \cdot 0,75^9 \cdot 0,25 + 0,75^{10} \approx 0,5256 \end{aligned}$$

Ответ: а) 0,0563; б) 0,5256

## Вариант 2

**ОТВЕТ 1:** а) УНННН, НУННН, ННУНН, НННУН, ННННУ б) УУННН, УНУНН, УННУН, УННУН, НУУНН, НУНУН, НУННУ, ННУУН, ННУНУ, НННУУ в) УУУНН, УНУУН, УНУНУ, УННУУ, УУНУН НУУУН, НУНУУ, НУУНУ, ННУУУ, УУНУ; г) НУУУУ; УНУУУ; УУНУУ; УУУНУ; УУУУН.

**ОТВЕТ 2:** Лампочек в ящике очень много. Поэтому можно считать, что вероятность выбрать синюю или красную лампочку остается неизменной независимо от того, сколько лампочек уже выбрано. Следовательно, эта задача также укладывается в схему независимых испытаний Бернулли. Одно испытание заключается в выборе цвета очередной лампочки. Успехом назовем выбор красной лампочки, неудачей — выбор синей. Число испытаний  $n = 50$ . Число требуемых успехов  $k = 20$ .

**ОТВЕТ 3:** На поставленный вопрос легче ответить, вычислив вероятность противоположного события: «на все вопросы теста ученик ответил неправильно». Это — элементарное событие в серии из 10 испытаний Бернулли, состоящее из 10 неудач: Н Н Н Н Н Н Н Н Н Н  $\sim$ . Его вероятность равна  $q^{10} = \frac{3}{4}^{10} \approx 0,056$ . Это событие маловероятное. Поэтому  $\sim$  вероятность выбрать хотя бы один верный ответ, отвечая наугад, равна 0,944.

**ОТВЕТ 4:** Этот опыт — серия из 7 испытаний Бернулли с вероятностью успеха  $p = 1/3$  и вероятностью неудачи  $q = 1 - p = 2/3$ . Пусть событие  $A$  состоит в том, что в этой серии наступило ровно 3 успеха — попадания. Событию  $A$  благоприятствует  $C_7^3 = 35$  элементарных событий. Вероятность наступления каждого такого элементарного события:  $p^3 q^4 = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{2187}$ . Умножая полученную вероятность на число благоприятствующих элементарных событий, мы найдем вероятность события  $A$ :  $P(A) = 35 \cdot \frac{16}{2187} \approx 0,256$ .

**ОТВЕТ 5:**

Если Остап выиграет хотя бы одну партию, то вероятность успеха  $p = 0,01$ , а вероятность неудачи  $q = 1 - 0,01 = 0,99$ .

Событие  $A$  «наступит 1 успех»

Событие  $\bar{A}$  «наступит 0 успехов» (событие противоположное);

$$P(\bar{A}) = C_8^0 p^0 q^8, \quad P(\bar{A}) = 0,923;$$

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}); \quad P(A) = 0,077.$$

Ответ:  $P(A) = 0,077$ .

## 11 КЛАСС

### Контрольная работа: "Вероятность и статистика"

#### Вариант 1

№1. 1. На экзамене 45 билетов, Федя не выучил 9 из них. Найдите вероятность того, что ему попадет выученный билет.

№2. В фирме такси в данный момент свободно 20 машин: 3 белых, 11 синих и 6 серых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчице. Найдите вероятность того, что к ней приедет белое такси.

№3. В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 16 очков. Результат округлите до сотых.

№4. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 10 очков. Результат округлите до сотых.

№5. Фабрика выпускает сумки. В среднем 5 сумок из 50 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов.

#### Вариант 2

№1. 1. На экзамене 40 вопросов, Игорь не выучил 2 из них. Найдите вероятность того, что ему попадет выученный вопрос.

№2. В блюде 35 пирожков: 9 с мясом, 12 с яйцом и 14 с рыбой. Катя наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с рыбой.

№3. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 6 очков. Результат округлите до сотых.

№4. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел выпадет все три раза.

№5. При производстве в среднем на каждые 2982 исправных насоса приходится 18 неисправных. Найдите вероятность того, что случайно выбранный насос окажется неисправным.

#### Вариант 1

ОТВЕТ 1: 0,8

ОТВЕТ 2: 0,15

ОТВЕТ 3: 0,03

ОТВЕТ 4: 0,08

**ОТВЕТ 5:** 0,9

**Вариант 2**

**ОТВЕТ 1:** 0,95

**ОТВЕТ 2:** 0,4

**ОТВЕТ 3:** 0,14

**ОТВЕТ 4:** 0,125

**ОТВЕТ 5:** 0,006